

A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA DOS ITENS DE UM QUESTIONÁRIO QUE ABORDA CARACTERÍSTICAS DOS QUADRILÁTEROS

MARCEL MUNIZ VILAÇA

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Doutorando e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE). Licenciatura Plena em Matemática (UPE - Campus Garanhuns). Professor de Matemática na rede pública e na rede privada. ORCID: 0000-0002-3914-1586. E-mail: marcel.vilaca@gmail.com

LARISSA VIEIRA DE MELO

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Mestra em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE). Possui graduação em Licenciatura em Matemática (2014) pela Universidade de Pernambuco (UPE), Campus Garanhuns-PE. ORCID: 0000-0002-7162-8538. E-mail: larisseviera@outlook.com

ANDRÉ PEREIRA DA COSTA

Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE). Professor da área de Educação Matemática na Universidade Federal do Oeste da Bahia - UFOB, onde atua como docente permanente no Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) e nos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática. Integra o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGE/UFOB). ORCID: 0000-0003-0303-8656. E-mail: andre.costa@ufob.edu.br



A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA DOS ITENS DE UM QUESTIONÁRIO QUE ABORDA CARACTERÍSTICAS DOS QUADRILÁTEROS

O presente trabalho teve como objetivo analisar a organização matemática dos itens de um questionário que aborda características dos quadriláteros. Para isso, utilizou-se como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático – TAD, proposta por Yves Chevallard, para a realização de uma análise praxeológica das questões propostas no instrumento supracitado. A TAD tem como foco de estudo o ser humano perante o saber matemático e, especificamente, diante dos cenários matemáticos, considerando que toda atividade matemática surge como resposta a um tipo de tarefa. Desse modo, a teoria leva em consideração que toda atividade matemática pode ser descrita por uma praxeologia ou organização praxeológica. Adotando um caráter descritivo em que são apresentadas as características e a forma como as questões estão estruturadas, juntamente com as variáveis de respostas, essa pesquisa pode ser classificada como qualitativa. Nessa direção, optou-se por realizar uma análise documental do questionário. Os resultados obtidos por meio da análise à luz da TAD foram comparados com uma análise prévia, que teve como foco esse mesmo instrumento de coleta de dados. Tal comparação permitiu evidenciar pontos de apoio oferecidos pela Teoria Antropológica do Didático que contribuíram para uma análise mais detalhada sobre os tipos de tarefa em questão. Os resultados apontaram que a utilização dos dois tipos de análises foi positiva, pois o estudo sob a ótica da TAD ampliou o repertório para análise dos itens apresentados, enquanto que a outra análise focou mais nos tipos de respostas possivelmente apresentados por estudantes de licenciatura em Matemática. Além disso, por meio do estudo da praxeologia matemática, foi possível evidenciar que as três questões que compõem o questionário apresentam relações entre si, pois, em geral, ambas envolvem a ideia de construção de figuras geométricas no geoplano.

Palavras-chave: Quadriláteros; Teoria Antropológica do Didático; Análise prévia.

THE MATHEMATICAL ORGANIZATION OF ITEMS IN A QUESTIONNAIRE THAT ADDRESSES CHARACTERISTICS OF QUADRILATERALS

The present work aimed to analyze the mathematical organization of the items in a questionnaire that addresses characteristics of the quadrilaterals. For this, the Anthropological Theory of Didactics - TAD, proposed by Yves Chevallard, was used as a theoretical contribution to carry out a praxeological analysis of the questions proposed in the aforementioned instrument. The TAD focuses on the study of the human being in the face of mathematical knowledge and, specifically, in the face of mathematical scenarios, considering that all mathematical activity arises as a response to a type of task. Thus, the theory takes into account that all mathematical activity can be described by a praxeology or praxeological organization. Adopting a descriptive character in which the characteristics and the way the questions are structured are presented, together with the response variables, this research can be classified as qualitative. In this sense, it was decided to conduct a documentary analysis of the questionnaire. The results obtained through the analysis in the light of TAD were compared with a previous analysis, which focused on the same data collection instrument. This comparison made it possible to highlight support points offered by the

Anthropological Theory of Didactics that contributed to a more detailed analysis of the types of task in question. The results showed that the use of both types of analysis was positive, as the study from the perspective of TAD expanded the repertoire for analyzing the items presented, while the other analysis focused more on the types of answers possibly presented by undergraduate students in Mathematics. In addition, through the study of mathematical praxeology, it was possible to show that the three questions that make up the questionnaire are related to each other, since, in general, both involve the idea of building geometric figures in the geoplano.

Keywords: Quadrilaterals; Anthropological Theory of Didactics; Prior analysis.

LA ORGANIZACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ELEMENTOS EN UN CUESTIONARIO QUE ABORDA LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS CUADRILÁTEROS

El presente trabajo tuvo como objetivo analizar la organización matemática de los ítems en un cuestionario que aborda las características de los cuadriláteros. Para ello, se utilizó la Teoría Antropológica de la Didáctica - TAD, propuesta por Yves Chevallard, como contribución teórica para realizar un análisis praxeológico de las preguntas propuestas en el mencionado instrumento. La TAD se centra en el estudio del ser humano frente al conocimiento matemático y, específicamente, frente a los escenarios matemáticos, considerando que toda actividad matemática surge como respuesta a un tipo de tarea. Por lo tanto, la teoría tiene en cuenta que toda actividad matemática puede ser descrita por una organización praxeológica u praxeológica. Adoptando un carácter descriptivo en el que se presentan las características y la forma en que se estructuran las preguntas, junto con las variables de respuesta, esta investigación se puede clasificar como cualitativa. En este sentido, se decidió realizar un análisis documental del cuestionario. Los resultados obtenidos a través del análisis a la luz de TAD se compararon con un análisis previo, que se centró en el mismo instrumento de recolección de datos. Esta comparación permitió resaltar los puntos de apoyo ofrecidos por la Teoría Antropológica de la Didáctica que contribuyeron a un análisis más detallado de los tipos de tareas en cuestión. Los resultados mostraron que el uso de ambos tipos de análisis fue positivo, ya que el estudio desde la perspectiva de TAD amplió el repertorio para analizar los ítems presentados, mientras que el otro análisis se centró más en los tipos de respuestas posiblemente presentadas por estudiantes de pregrado en Matemáticas. Además, a través del estudio de la praxeología matemática, fue posible mostrar que las tres preguntas que componen el cuestionario están relacionadas entre sí, ya que, en general, ambas implican la idea de construir figuras geométricas en el geoplano.

Palabras clave: Cuadriláteros; Teoría antropológica de la didáctica; Análisis previo.



A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA DOS ITENS DE UM QUESTIONÁRIO QUE ABORDA CARACTERÍSTICAS DOS QUADRILÁTEROS

Introdução

Nos últimos anos, podemos perceber um aumento no quantitativo de produções científicas que buscam compreender aspectos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem durante as aulas de Matemática. Com essas investigações, é possível compreender, por meio de seus resultados, fatores que até então poderiam passar despercebidos, e, que não seriam utilizados como suporte para auxiliar o professor em sua prática docente.

Partilhando dessa demanda do cenário educacional e motivados por meio de discussões vivenciadas na disciplina de Tópicos em Educação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, a presente pesquisa apresenta uma análise de um instrumento de coleta de dados que foi utilizado na dissertação de um dos autores (VILAÇA, 2018) deste trabalho.

Tendo por base a Teoria Antropológica do Didático – TAD, será analisado os itens (questões) que compõem um questionário, acerca das características dos quadriláteros. É importante destacar que esse instrumento foi elaborado sem a utilização da TAD como suporte, visto que ela não foi considerada na dissertação em questão. Contudo, ao estudar esse quadro teórico em uma disciplina do mestrado, surgiu o interesse em fazer tal análise.

Com isso, pretendemos verificar como a utilização dos pressupostos preconizados na TAD podem auxiliar na compreensão de situações que abordam esse tipo específico de polígono. Nessa direção, surge o seguinte problema de pesquisa: Como o conceito de quadriláteros é abordado nos itens que compõem um questionário a ser aplicado com estudantes de licenciatura em Matemática?

Neste estudo, buscamos respostas para tal questão, ou seja, temos por objetivo analisar a organização matemática do conceito de quadriláteros explorada em um questionário a ser aplicado

com alunos de licenciatura em Matemática. Desse modo, optamos por utilizar a Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1999).

Assim, acreditamos que, ao realizar uma nova análise sobre as questões envolvendo os quadriláteros, desta vez sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático, será possível identificar elementos que não haviam sido contemplados em uma análise anterior e, dessa maneira, compreender fatores que embora presentes no questionário, não foram evidenciados.

Então, para alcançarmos os objetivos elencados nesta pesquisa e possibilitar ao leitor compreender o que está sendo discutido, foi adotado um percurso metodológico que apresente o instrumento de coleta de dados sobre os quadriláteros e sua análise prévia. Em seguida, uma análise posterior desse questionário, agora sob a perspectiva da Teoria Antropológica do Didático, para que seja possível investigar a situação sob uma nova ótica.

Por fim, após as diferentes análises, buscaremos estabelecer conexões e divergências para elucidar como a utilização da TAD contribuiu para a compreensão dos elementos envolvidos no instrumento de coleta de dados.

Entretanto, antes da apresentação do questionário, objeto de análise desta pesquisa, faremos uma breve apresentação da pesquisa de mestrado que culminou em sua realização, para que seja possível melhor compreender os diversos fatores envolvidos em sua realização.

Instrumento de coleta de dados e a pesquisa ao qual está relacionado

Como apontado na seção anterior do trabalho, esta pesquisa busca investigar um instrumento de coleta de dados de uma pesquisa de mestrado da área de Educação Matemática. Então, alguns questionamentos emergem: Que pesquisa é essa? Qual o seu foco? Quais foram os aspectos considerados para a sua elaboração? Qual a estrutura desse questionário? Quais os aspectos considerados ao realizar a análise prévia dos itens?

Na referente pesquisa, Vilaça (2018) buscou investigar como estudantes de licenciatura em Matemática utilizavam o geoplano em situações envolvendo as características dos quadriláteros. A proposta consistiu em analisar como o recurso didático em questão poderia auxiliar ou não os licenciandos, ao resolverem situações em que era necessário mobilizar conhecimentos acerca da



definição dos quadriláteros, dos seus critérios de classificação e de situações acerca da convexidade dessa família de figuras.

A ideia em se trabalhar com estudantes de licenciatura originou a partir do resultado encontrado em algumas pesquisas ao apresentar que tanto estudantes da educação básica (PEREIRA DA COSTA, 2016), como professores de matemática (CRESCENTI, 2008; LORENZATO, 2012; LEIVAS, 2020) apresentavam dificuldades e lacunas conceituais no que diz respeito à compreensão de alguns conteúdos geométricos.

Desse modo, a partir de dificuldades apresentadas nessas pesquisas, surgiu a ideia em investigar como estava sendo realizado o trabalho com os quadriláteros com os futuros professores de Matemática.

Mas de onde surgiu a ideia em se trabalhar com o geoplano? Pesquisas como Vieira (2010) e Ferreira (2013) apresentaram em seus resultados que a utilização do geoplano contribuiu para auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem ao se trabalhar, entre outros conteúdos, os quadriláteros. Mas essas pesquisas não apresentavam quais os fatores (proporcionados pela utilização do geoplano) contribuíram para essa melhoria.

Por esse motivo, em sua pesquisa, Vilaça (2018) buscou investigar o modo que os licenciandos utilizavam o geoplano para resolver situações em que era necessário mobilizar conhecimento referente aos quadriláteros. Para isso, o referido autor buscou elaborar um instrumento de coleta de dados para vivenciar com uma turma de estudantes de licenciatura em Matemática.

Após ter elaborado um questionário para ser vivenciado em dois momentos distintos, o autor supracitado conseguiu aplicar o instrumento de coleta de dados e ter o material necessário para realizar a sua investigação. O questionário foi respondido por um grupo de estudantes de licenciatura de uma universidade do nordeste brasileiro.

No âmbito deste artigo, por questões de delimitação, será abordada e discutida apenas a análise referente ao questionário vivenciado em apenas um encontro. O foco das questões aqui analisadas foi a definição dos quadriláteros e os critérios de classificação que podem ser adotados para esse tipo específico de polígonos.



Instrumento de coleta de dados e análise prévia

Nesta seção serão apresentadas as questões utilizadas no instrumento de coleta de dados, seguidos de sua análise a prévia, sem a utilização da Teoria Antropológica do Didático como embasamento. Por questões de nomenclatura e para auxiliar na identificação das questões utilizaremos a letra “Q” para designar a questão, acompanhada do número 1, 2 ou 3 que a identificará como sendo primeiro, segundo ou terceiro item do questionário.

Assim, o primeiro item teve como objetivo identificar o que os licenciandos pensam sobre quadriláteros, ou seja, como esse tipo de polígono pode ser definido: Q1 *“O que é um quadrilátero? Como podemos defini-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a ilustrar a sua definição”*.

Acerca da pergunta *“o que é um quadrilátero?”*, pensamos que a principal resposta a ser mencionada pelos licenciandos seria que quadrilátero é um polígono de quatro lados, corroborando com a ideia apresentada por Carvalho e Lima (2012). Embora os quadriláteros tenham suas propriedades e características específicas para serem exploradas, tal compreensão é correta e amplamente utilizada em materiais didáticos.

Uma variação da resposta acima, mas desta vez não se enquadrando como correta é afirmar que o quadrilátero *“é uma figura de quatro lados”*. Ao não vincular a palavra polígono nessa definição, não delimita a necessidade de ser uma figura fechada e, desse modo, a resposta é considerada equivocada, conforme destaca Pereira da Costa (2019).

Outra possibilidade é abordar que é uma figura fechada com quatro lados, o que não indicaria a necessidade de ser apenas segmentos de retas, uma vez que estavam sendo trabalhados os conceitos de geometria plana, ao propor essas definições. Por esse modo, esta resposta é considerada inadequada para a situação em questão.

Variações para esses três tipos de respostas podem ocorrer, mas as principais variáveis esperadas são as definições por meio de polígonos de quatro lados, figura com quatro lados ou figura fechada com quatro lados.



Um caso específico de uma variação para as três situações apresentadas no parágrafo anterior, que é considerada correta, mas devido ao seu maior rigor matemático, seja pouco provável de ocorrer, é apresentar que “dados quatro pontos distintos, dos quais pelos menos três sejam não colineares, ao ligar esses pontos por segmentos de reta, de modo que o ponto de partida seja também o ponto de chegada, e que os únicos pontos em comum entre os segmentos sejam apenas as suas extremidades (formando assim os vértices da figura), tem-se um quadrilátero.”

No que diz respeito à segunda parte da Q1, que pergunta “*Como podemos classificá-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a ilustrar a sua definição*”, notamos que há um comando um pouco vago, mas proposital. A ideia é fazer com que os licenciandos reflitam sobre como classificar os quadriláteros, sobre o que pode ser utilizado como critério de exclusão ou inclusão para categorizar esses polígonos e, nesse sentido, identificar se uma mesma figura pode pertencer a duas categorias, por exemplo. Outra possibilidade nessa questão é de fazer com que os estudantes criem suas próprias categorias de análise, levando-os a refletir sobre as características dos quadriláteros, para que seja possível classificá-los.

A resposta mais esperada para essa questão é que os alunos utilizem como critério de categorização a divisão entre quadriláteros convexos e quadriláteros não convexos e que, ao utilizar o geoplano, sejam construídos exemplos que reforcem essa classificação.

Outra possibilidade é desconsiderar a divisão entre quadriláteros convexos e quadriláteros não convexos e considerar apenas os quadriláteros notáveis. Desse modo, a classificação seria formada por cinco grupos: trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado.

Esse tipo de resposta apresenta uma visão limitada dos quadriláteros e, embora, esses polígonos possam ser classificados com base nessas características, tal compreensão se mostra incompleta e inadequada por não considerar todos os quadriláteros, mas apenas uma parte específica deles. Contudo, esse tipo de resposta pode ser o mais apresentado pelos estudantes de licenciatura, em decorrência da ênfase que os quadriláteros notáveis recebem na educação básica.

Outras possibilidades de respostas para essas classificações levam em consideração os ângulos internos, os comprimentos dos segmentos de reta que formam os lados (qua-



driláteros regulares e irregulares) e a posição dos lados (concorrentes e paralelos). Para não se alongar muito e sintetizar essas possibilidades de respostas, não iremos detalhar os critérios utilizados acima para a classificação, pois acreditamos que apenas a apresentação de suas características seja suficiente para compreender quais os aspectos considerados por um licenciando que as utilizarem.

Na Q2, era proposta a seguinte situação: “*Você construiu um paralelogramo em seu geoplano e seu colega construiu, no mesmo geoplano, um quadrilátero que não é um paralelogramo. Represente essa situação em seu geoplano e justifique porque o seu quadrilátero é um paralelogramo e o do seu colega não é.*” Assim, esse item teve como objetivo identificar se os licenciandos compreendem as características que fazem com que um quadrilátero possa ser classificado como paralelogramo e, juntamente com a Q3, observar se há uma coerência nos critérios elencados para a classificação de paralelogramos.

Nessa questão, por meio de um desenho, o estudante pode representar um paralelogramo como sendo um quadrilátero que possui lados opostos paralelos (se considerar o critério da inclusão de classes¹) ou como sendo um quadrilátero que possui lados opostos paralelos e congruentes dois a dois, cujos ângulos internos não são retos (critério sem inclusão de classes²).

Ao considerar o paralelogramo pelo critério da inclusão de classes, o licenciando corre o risco de desenhar outra figura como também sendo um paralelogramo, mas que, para esse estudante configure-se como sendo uma figura distinta (paralelogramo, juntamente com um retângulo, losango ou quadrado). Esse tipo de resposta apresentará uma incoerência que levará ao erro, pois ambas as figuras serão paralelogramos.

Já ao considerar o critério em que as classes não são incluídas, o estudante pode desenhar um paralelogramo, juntamente com um retângulo, quadrado ou losango que não estará errado, pois foi coerente de acordo com a sua definição. O que possibilitará a coe-

1 O critério de inclusão é considerado quando se classifica o paralelogramo como sendo uma figura de lados opostos paralelos. Desse modo, os retângulos, losangos, quadrados e retângulos são incluídos como paralelogramos, por apresentarem essa característica.

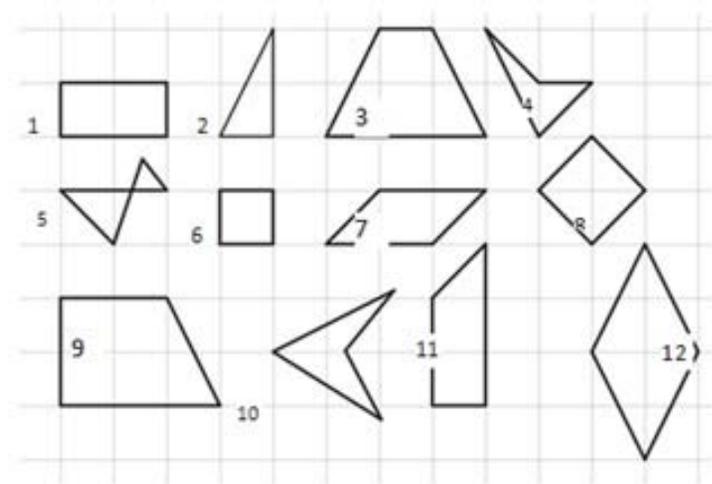
2 O critério sem inclusão é considerado ao especificar a característica de um paralelogramo não apenas pelos seus lados opostos paralelos, mas por especificar que são congruentes dois a dois e os ângulos internos não são retos. Dessa forma, o quadrado não é paralelogramo por possuir ângulos retos e quatro lados congruentes; o retângulo não é porque possui ângulos internos retos; e o losango também não é paralelogramo por apresentar os quatro lados congruentes.

rência será a resposta para a Q3, na qual será possível identificar se os estudantes adotam ou não os critérios de inclusão de classe.

Nas situações que não dependem da inclusão de classe, o estudante desenha um paralelogramo junto de um trapézio, ou junto de qualquer outro quadrilátero não-notável. Com isso, esse discente estará apresentando uma resposta considerada adequada para o momento.

A Q3 tem como objetivo servir de suporte para identificar e analisar como os estudantes classificam os quadriláteros e as figuras que não são quadriláteros e, se nos critérios de classificação, é possível observar uma coerência com as respostas apresentadas nas questões anteriores da primeira oficina: “*Em uma malha quadriculada foram desenhadas algumas figuras. Observe as figuras, crie alguns critérios para classificá-las e, para cada classificação, construa no geoplano dois exemplos de figuras semelhantes que pertençam a essa mesma classificação*”. A Figura 01 ilustra essa situação mencionada no enunciado do item, conforme a seguir:

Figura 01 – Figuras desenhadas na malha quadriculada



Fonte: Vilaça (2018)

Nessa questão, o licenciando pode considerar como critério a divisão entre convexo e não convexo, classificando as figuras 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11 e 12 como sendo convexas e as demais como não convexas. Essa resposta é considerada adequada, pois segundo o critério escolhido, foram selecionadas as figuras que correspondem a categoria. Contudo, se ao invés de considerar figuras convexas, forem classificados quadriláteros convexos, o estudante deverá excluir a figura 2 dos quadriláteros convexos e a figura 5 dos quadriláteros não convexas. Caso contrário, a resposta será inadequada por considerar figuras que não são quadriláteros em uma classificação sobre os quadriláteros.

Uma variação da resposta apresentada no parágrafo anterior seria o estudante utilizar como critério de classificação o tipo de figura, por exemplo, quadriláteros e não quadriláteros. Nesse critério, por se apegar somente ao aspecto visual, o estudante poderia cometer o equívoco de não reconhecer as figuras 4 e 10 como sendo quadriláteros. Além disso, em decorrência de serem quadriláteros não notáveis, os estudantes podem se confundir e considerar que os quadriláteros são apenas os notáveis.

Outra variação dessa resposta seria considerar a figura 5 como sendo um quadrilátero, por considerar que ela pode ser construída a partir de quatro pontos, embora seus pontos em comum não sejam apenas os vértices. Por esse motivo, considerar a figura 5 como quadrilátero é um equívoco.

Na classificação das figuras, o estudante também pode considerar os quadriláteros notáveis e não notáveis e as figuras que não pertencem a essas categorias. Nesse aspecto, ele optaria pelas figuras 1, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 12 como sendo quadriláteros notáveis; as figuras 4 e 10 como sendo quadriláteros não notáveis e as figuras 2 e 5 como não pertencentes a essas categorias.

Uma variação da resposta para essa questão é a possibilidade de listagem dos tipos de figuras em: paralelogramos, quadrados, retângulos, losangos, trapézios e triângulos. Esse tipo de resposta evidenciará o tipo de classificação adotado por cada estudante e verificar se eles utilizam ou não os critérios de inclusão de classes. Esse tipo de resposta possibilitará identificar se há uma coerência interna no tipo de classificação adotada ou se o licenciando comete equívocos ao trabalhar com a classificação dos quadriláteros.

Pensando justamente no tipo de classificação, por meio da listagem da quantidade de quadrados e losangos, por exemplo, temos a figura 8. Nela é apresentado um quadrado em uma posição



não prototípica. O modo como o quadrado é representado na imagem-suporte da questão, oferece indícios para que, se for considerado apenas o aspecto visual, a figura seja nomeada como sendo apenas um losango. A escolha por essa classificação oferecerá indícios para supor que o estudante não compreende as características que fazem com que um quadrilátero seja considerado losango, ao considerar apenas o caráter visual para identificar essas figuras.

De modo semelhante, o critério em apresentar a figura em uma posição diferente da convencional, em uma posição não prototípica, também foi utilizado com o trapézio presente na Figura 11.

Outro fator que merece destaque nessa questão são as figuras 4 e 10 (quadriláteros não notáveis). Pode ocorrer que os licenciandos não identifiquem essas figuras como sendo pertencentes ao grupo dos quadriláteros, devido ao fato de não serem figuras usualmente trabalhadas em sala de aula. De forma equivocada, o discente pode considerar que a ideia de quadrilátero está relacionada apenas com os quadriláteros notáveis, as figuras mais trabalhadas em sala de aula na escola básica.

Desse modo, após apresentar as três questões utilizadas no instrumento de coleta de dados, e suas respectivas análises, que servem para justificar e embasar suas escolhas, na próxima seção, é realizada uma breve abordagem da Teoria Antropológica do Didático e, em seguida, uma nova análise do questionário, dessa vez sob a ótica da TAD.

A Teoria Antropológica do Didático

Para a análise sobre a abordagem do conceito de quadriláteros nos itens que compõem um questionário, em especial, a organização matemática relacionada a esse objeto em Geometria, foi fundamental considerarmos a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Esse quadro teórico foi proposto e desenvolvido pelo pesquisador francês Yves Chevallard na década de 90.

Além disso, essa teoria pode ser vista como uma extensão da Teoria da Transposição Didática³, visto que ela se preocupa em investigar como se organiza o saber matemático nas diferentes instituições. Segundo Câmara dos Santos e Menezes (2015), a TAD permite, de um modo particular, analisar situações que ocorrem durante os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

³ É importante mencionar que o termo transposição didática foi introduzido em 1975 pelo sociólogo Michel Verret e retomado por Yves Chevallard em 1985.



Nessa direção, como sinalizado por Chevallard (1999), a TAD tem como foco de estudo o ser humano perante o saber matemático e, especificamente, diante os cenários matemáticos, considerando que toda atividade matemática surge como resposta a um tipo de tarefa. Desse modo, a teoria leva em consideração o sistema didático composto por estudante, professor e saber, e ainda, considera esses atores da sala de aula como sujeitos da instituição analisada.

Assim, toda atividade matemática pode ser descrita por uma praxeologia ou organização praxeológica. Para tanto, construir quadriláteros em malha quadriculada, escrever um texto, organizar o quarto ou planejar uma reunião são exemplos de atividades realizadas pelo ser humano, isto é, tipos de tarefas que qualquer pessoa pode desenvolver em sua prática cotidiana.

Para Barros e Bellemain (2018), a TAD propõe um recorte sobre o didático, sendo que este elemento sempre existirá em uma situação onde alguém quer que o outro aprenda, seja dentro do ambiente escolar ou não. Assim, o didático vai ocorrer sempre que um indivíduo tenta modificar, voluntariamente, o saber do outro. Nessa direção, a Teoria Antropológica do Didático irá investigar, de modo sistemático, as relações existentes nessa interação.

Na modelização de sua teoria, Chevallard (1999) considera três termos primitivos: os objetos do saber (O), as pessoas (X) e as instituições (I). Para o autor, dependendo da perspectiva em que se analise a situação, tudo é objeto, até mesmo as instituições e os indivíduos. Desse modo, um objeto surge a partir do momento em que uma pessoa ou instituição reconhece a sua existência.

Um ponto interessante ao ser abordado ao discutir a Teoria Antropológica do Didático é a relação entre os termos indivíduo, sujeito e pessoa. Inicialmente, em uma análise ingênua, tais termos parecem sinônimos, contudo, quando se observa sob a ótica da TAD, percebemos que não são.

O indivíduo é imutável, não se modifica independentemente de suas relações. O sujeito muda de acordo com a instituição, da qual sofre relações. Já a pessoa se modifica a partir das relações institucionais sofridas pelo sujeito. Nesse sentido, Araújo (2009, p. 34) apresenta que o conceito de pessoa é “definido como o par formado por um indivíduo X e pelo sistema de suas *relações pessoais* com os objetos O, designadas por $R(X, O)$, em determinados momentos da história de X”.

Neste trabalho, contudo, embora cientes da importância dos elementos primitivos da TAD e as relações entre si, não iremos nos deter em detalhar essas relações. O foco está relacionado com as questões sobre os quadriláteros, em identificar elementos importantes em sua construção. Logo, essa análise será realizada por meio de uma organização praxeológica.

Chevallard (1999) ventila que uma organização praxeológica é a descrição de qualquer atividade humana. Além disso, toda praxeologia é constituída por quatro elementos centrais: tipo de tarefa (T), técnica (t), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Conforme indicado pelo autor, o tipo de tarefa e a técnica estão relacionados ao bloco prático-técnico (saber fazer), enquanto que a tecnologia e a teoria formam o bloco tecnológico-teórico (saber).

Rosa dos Santos (2015, p.42) reflete que “a noção de praxeológica se forma em torno de tipos de tarefas (T) a serem cumpridas por meio de pelo menos uma técnica (τ), que, por sua vez, é explicada e validada por elementos tecnológicos (θ) que são justificados e esclarecidos por uma teoria (Θ)”. Então, uma análise praxeológica permite identificar quais os tipos de tarefas estão sendo abordados, o que eles têm em comum e em quais aspectos se diferenciam.

Chevallard (1999) pontua que a noção de tipos de tarefa está intimamente relacionada ao campo antropológico da TAD, visto que engloba apenas as atividades de ordem humana. Regularmente, essa noção está articulada com um objetivo claro e correto, que por sua vez, é marcado inicialmente por um verbo de ação mais a oração complementar, tal como, *classificar quadrilátero construído em malha quadriculada*.

Segundo o autor, mesmo existindo fortes relações, os conceitos de tipos de tarefas e de tarefas apresentam divergências. O tipo de tarefa é caracterizado por um conjunto de tarefas que coligam diversas tarefas, mas com os mesmos atributos. Como exemplo disso, consideremos o tipo de tarefa *construir quadriláteros* (T_c). Então, *construir quadrilátero a partir das medidas dos comprimentos das diagonais* (T_{c1}) e *construir quadrilátero, dadas às medidas dos comprimentos de seus lados* (T_{c2}), são tarefas que pertencem ao mesmo tipo de tarefa (T_c).

Como assinalado por Chevallard (1999), todo tipo de tarefa pode ser resolvido por várias maneiras. Além de que, para justificar uma técnica se faz necessário a produção de diferentes

explicações. Porém, na TAD, o aspecto central de interesse é a identificação das tarefas, atrelada a análise da tecnologia e da teoria, que são específicos nas instituições.

Pereira da Costa e Rosa dos Santos (2019, p.234) destacam que:

[...] para que uma técnica exista é necessária uma justificativa, que tem por finalidade apreciar e explicar essa técnica em relação à sua prática e sua validação. Do mesmo modo, a tecnologia tem por objetivo justificar a técnica, favorecendo ao entendimento do tipo de tarefa.

Ainda, por meio da técnica é possível evidenciar os métodos utilizados para a resolução de determinado tipo de tarefa. Já a tecnologia possibilita encontrar argumentos que justifiquem as técnicas utilizadas, enquanto a teoria permite justificar as tecnologias adotadas em cada técnica.

Nesta pesquisa, utilizaremos o conceito de organização praxeológica preconizado pela Teoria Antropológica do Didático para realizar uma análise prévia dos itens de um questionário envolvendo características dos quadriláteros.

Percurso Metodológico

Ao realizar uma nova análise sobre um questionário já utilizado em uma dissertação de mestrado, a presente pesquisa busca, entre outros fatores, identificar possíveis contribuições que a Teoria Antropológica do Didático oferece ao analisar como as questões foram estruturadas.

Acerca da utilização de questionários em pesquisas, Pereira *et. al.* (2018) afirmam que essa opção como instrumento de coleta de dados é amplamente utilizada no âmbito acadêmico que possibilita o anonimato dos sujeitos envolvidos na pesquisa, além de possibilitar a não interferência por parte do pesquisador.

Ainda sobre o uso de questionário, Gerhardt *et. al.* (2009) apresentam que, por meio desse instrumento de registro de dados, as perguntas são respondidas pelo informante, sem a interferência do pesquisador. Assim, é preciso considerar diversos fatores desde a formulação das questões, como também a percepção e os estereótipos dos sujeitos envolvidos na pesquisa para que seja possível garantir a eficácia do questionário.



A construção de um questionário não ocorre de forma aleatória. Vários fatores devem ser considerados para que seja possível alcançar os objetivos propostos. Essa estruturação, por sua vez, acarreta em vários dados que devem ser analisados seguindo a coerência teórica adotada na pesquisa (ANA; LEMOS, 2018).

Adotando um caráter descritivo em que são apresentadas as características e a forma como as questões estão estruturadas, juntamente com as variáveis de respostas, essa pesquisa pode ser classificada como qualitativa. Sobre essa abordagem, Praça (2015, p. 81) explicita que “os métodos qualitativos descreve uma relação entre o objeto e os resultados que não podem ser interpretadas através de números, nomeando-se como uma pesquisa descritiva”.

Além disso, a partir da análise documental do questionário, Sampieri, Collado e Baptista (2006) sinalizam que esse tipo de abordagem contribui para se obter uma maior riqueza nos resultados obtidos por meio da possibilidade de interpretação das respostas ao trabalhar um fenômeno dentro de um contexto social estabelecido.

Diante disto, com base nas justificativas apresentadas, considera-se pertinente a ampliação da análise do questionário objeto de investigação desta pesquisa com a finalidade de elucidar situações relacionadas às atividades envolvendo os quadriláteros.

Organização praxeológica dos itens sobre os quadriláteros

Seguindo a mesma organização do tópico da análise prévia anterior, neste tópico, abordaremos as questões referentes ao instrumento de coleta de dados utilizados na primeira oficina da pesquisa de mestrado de Vilaça (2018). Assim, utilizando a praxeologia matemática conforme a Teoria Antropológica do Didático, buscamos realizar a identificação dos tipos de tarefas utilizados, quais as possíveis técnicas associadas a essas tarefas, bem como esses elementos se relacionam com o bloco tecnológico-teórico.

Desse modo, a primeira questão analisada foi Q1: “*O que é um quadrilátero? Como podemos defini-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a ilustrar a sua definição*”. Inicialmente, a utilização da TAD oferece um aspecto não contemplado na análise anterior: a junção da análise matemática (aspectos ligados ao conceito de quadrilátero e suas características) com os aspectos do geoplano (técnicas de utilização desse recurso didático).



Analisando esse primeiro item, verificamos que o tipo de tarefa em questão é *definir quadriláteros*, mas que ao analisar as tarefas envolvidas nessa questão, podemos evidenciar duas delas, formando dois subtipos de tarefa. Um primeiro subtipo de tarefa estaria relacionada com a elaboração da definição do conceito de quadriláteros, podendo esse processo ocorrer sem o auxílio do geoplano: *elaborar definição de quadriláteros sem o uso do geoplano*.

A técnica relacionada a essa tarefa consiste em utilizar conhecimentos geométricos (polígono, aresta, vértice, lado e segmento de reta) para construir a definição. A relação com o bloco tecnológico-teórico seria de que quadrilátero é um polígono de quatro lados e os seus conceitos são estudados no campo da Geometria. Vale salientar que o bloco tecnológico-teórico de todas as três questões do instrumento de coleta de dados é o mesmo, pois embora a técnica utilizada para cada tipo de tarefa possa variar, a justificativa para ela não se modifica.

Já o segundo subtipo de tarefa presente nessa questão envolve a construção de quadriláteros no geoplano: *elaborar definição de quadriláteros utilizando o geoplano*. Diferentemente da técnica utilizada no subtipo de tarefa anterior, nesta é imprescindível a utilização do geoplano, pois é a partir dele que serão construídos os quadriláteros. Por isso, a técnica utilizada nesse item é o manuseio do geoplano para que, com o auxílio dos elásticos, empregados para produzir quadriláteros ao interligar os pregos do recurso didático em tela.

A segunda questão analisada (Q2) apresenta a seguinte situação: *“Você construiu um paralelogramo em seu geoplano e seu colega construiu, no mesmo geoplano, um quadrilátero que não é um paralelogramo. Represente essa situação em seu geoplano e justifique porque o seu quadrilátero é um paralelogramo e o do seu colega não é”*.

Como apresentado na outra análise, essa questão tem como objetivo verificar se os estudantes compreendem as características que definem o quadrilátero como sendo um paralelogramo, mas não se limita somente a isso. Um fato despercebido na análise anterior a esta é que esse tipo de tarefa exige, também, que o licenciando compare diferentes figuras.

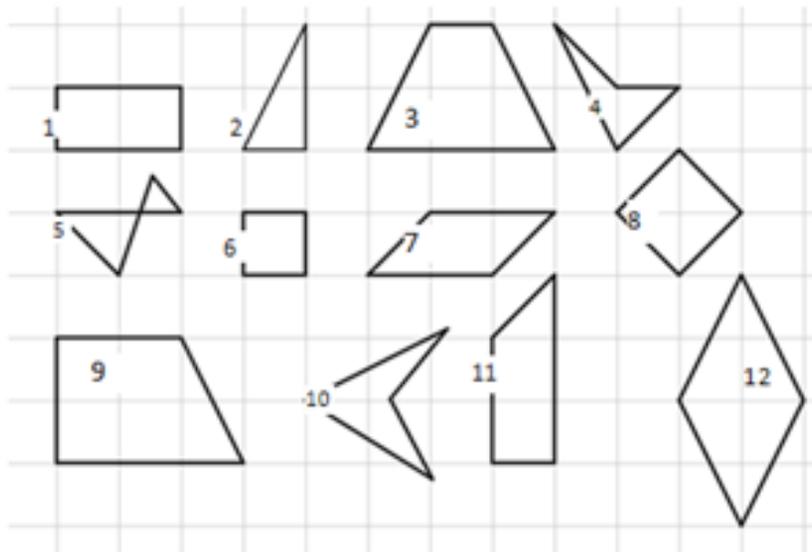
Logo, não é preciso que o estudante de licenciatura mobilize apenas conhecimentos geométricos que o possibilitem reconhecer e construir um paralelogramo, mas que também permitam

que, com base nesses conhecimentos, seja possível construir um quadrilátero que não seja um paralelogramo.

Em Q2, foram evidenciados dois tipos de tarefa. O primeiro relacionado à construção de quadriláteros (*construir quadriláteros*), envolvendo o mesmo bloco prático-técnico e tecnológico-teórico do tipo de tarefa de construção apresentado na primeira questão. Contudo, o item apresenta outro tipo de tarefa diferente dos abordados até então, que consistem REM realizar comparação entre quadriláteros (*comparar quadriláteros*), especificamente entre um paralelogramo e um não paralelogramo. A técnica exigida para essa questão é saber diferenciar os quadriláteros por meio de suas características específicas.

A terceira questão (Q3) apresentou o seguinte enunciado: “*Em uma malha quadriculada foram desenhadas algumas figuras. Observe as figuras (Figura 02), crie alguns critérios para classificá-las e, para cada classificação, construa no geoplano dois exemplos de figuras semelhantes que pertençam a essa mesma classificação.*”

Figura 02 – Figuras desenhadas na malha quadriculada



Fonte: Vilaça (2018)

Na análise prévia anterior, essa questão tinha como objetivo identificar e analisar como os estudantes classificam as figuras que não são quadriláteros. Porém, nesta análise sob a ótica da TAD, foi possível compreender que o item estava relacionado com outras ações a serem feitas, para que o licenciando pudesse chegar a uma resolução.

Ao todo, foram identificados quatro tipos de tarefas em Q3, sendo elas: *criar critérios para classificação de figuras geométricas*, *classificar figuras geométricas*, *construir figuras geométricas* e *comparar figuras geométricas*.

O tipo de tarefa *criar critérios para classificação de figuras geométricas* exige que seja mobilizada a técnica de identificar as características de figuras geométricas (lados, arestas, vértices, convexo, não-convexo, ângulo) e utilizá-las para criar critérios de classificação.

O tipo de tarefa *classificar figuras geométricas* mobiliza a mesma técnica da tarefa anterior. Pois, para que seja possível classificar uma figura como sendo pertencente a uma categoria ou de outra, faz-se necessário o reconhecimento das características da figura geométrica e a mobilização desse conhecimento para que ela seja classificada como pertencente a uma categoria que contemple seus atributos.

Semelhantemente as questões Q1 e Q2, no item Q3, também tem-se um tipo de tarefa ligado a construção de figuras (*construir figuras geométricas*). Todavia, diferentemente das questões anteriores, em Q3 a construção não é específica para quadriláteros, podendo ser produzidas figuras pertencentes a outra família de polígonos.

O outro tipo de tarefa evidenciado em Q3 foi *comparar figuras geométricas*, semelhante ao tipo de tarefa apresentado na Q2, mas que não se restringindo apenas aos quadriláteros. A seguir, será apresentado um quadro síntese da organização praxeológica evidenciada na análise dos itens do questionário sobre as características dos quadriláteros.



Quadro 1: Organização praxeológica dos itens do questionário sobre as características dos quadriláteros

Primeiro item – Q1			
Tipo de Tarefa	Técnica	Tecnologia	Teoria
T1: Definir quadriláteros.	τ_1 : Utilizar o conhecimento de conceitos geométricos (polígono, aresta, vértice, lado, segmento de reta, curva) para elaborar uma definição do conceito de quadriláteros.	Quadrilátero é um polígono de quatro lados.	Considerando, arbitrariamente, quatro pontos em um plano, A, B, C, D, com a condição de que três quaisquer sejam não colineares, denomina-se quadrilátero ABCD ao conjunto dos pontos que estão nos segmentos de reta AB, BC, CD e DA, com a condição de que, se dois segmentos possuem um ponto em comum. Esse ponto é uma das extremidades desses segmentos.
T2: Construir quadriláteros no geoplano com o auxílio de elásticos.	τ_2 : Utilizar elásticos para construir quadriláteros no geoplano utilizando os pregos para fixar os elásticos e construir.		
Segundo item – Q2			
Tipo de Tarefa	Técnica	Tecnologia	Teoria
T1: Construir quadriláteros no geoplano com o auxílio de elásticos	τ_1 : Utilizar elásticos para construir quadriláteros no geoplano utilizando os pregos para fixar os elásticos e construir.	Quadrilátero é um polígono de quatro lados.	Considerando, arbitrariamente, quatro pontos em um plano, A, B, C, D, com a condição de que três quaisquer sejam não colineares, denomina-se quadrilátero ABCD ao conjunto dos pontos que estão nos segmentos de reta AB, BC, CD e DA, com a condição de que, se dois segmentos possuem um ponto em comum. Esse ponto é uma das extremidades desses segmentos.
T2: Comparar quadriláteros construídos no geoplano.	τ_2 : Diferenciar os quadriláteros por meios de suas características (ângulos, diagonal, retas concorrentes e perpendiculares).		

Segundo item – Q3			
Tipo de Tarefa	Técnica	Tecnologia	Teoria
T1: criar critérios de classificação de figuras geométricas.	τ_1 : Utilizar o conhecimento de conceitos geométricos (polígono, aresta, vértice, lado, segmento de reta, curva, ângulo, retas perpendiculares e concorrentes, convexidade e não-convexidade) para criar critério de classificação de figuras geométricas.	Quadrilátero é um polígono de quatro lados.	Considerando, arbitrariamente, quatro pontos em um plano, A, B, C, D, com a condição de que três quaisquer sejam não colineares, denomina-se quadrilátero ABCD ao conjunto dos pontos que estão nos segmentos de reta AB, BC, CD e DA, com a condição de que, se dois segmentos possuem um ponto em comum. Esse ponto é uma das extremidades desses segmentos.
T2: Classificar figuras geométricas	τ_2 : Utilizar o conhecimento de conceitos geométricos (polígono, aresta, vértice, lado, segmento de reta, curva, ângulo, retas perpendiculares e concorrentes, convexidade e não-convexidade) para classificar figuras geométricas.		
T3: Construir figuras no geoplano com o auxílio de elásticos	τ_3 : Utilizar elásticos para construir quadriláteros no geoplano utilizando os pregos para fixar os elásticos e construir.		
T4: Comparar figuras geométricas construídas no geoplano.	τ_4 : Diferenciar as figuras geométricas por meios de suas características (ângulos, diagonal, retas concorrentes, perpendiculares, número de lados).		

Fonte: Elaborado pelos autores

Observando a síntese das informações que estão presentes no quadro é possível evidenciar que as três questões apresentam relações entre si, pois, em geral, ambas envolvem a ideia de construção de figuras geométricas no geoplano.

Sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático foi possível observar, de modo mais detalhado, a organização matemática referente aos quadriláteros apresentada nos itens do questionário. Utilizar a praxeologia matemática para analisar tais questões proporcionou colocar em evidência



quais as ações que devem ser realizadas para que o estudante de licenciatura possa apresentar uma resposta para cada questão.

Pegando, por exemplo, a terceira questão, é possível identificar que ela não exige apenas que o licenciando elabore critérios para classificar as figuras existentes, mas que, diante desses critérios, saiba classificar, construir figuras que apresentem as mesmas características e saiba comparar essas construções com as demais figuras do item.

Considerações Finais

Neste trabalho, realizamos a análise da organização matemática dos itens que compõem um questionário que abordou características dos quadriláteros. Desse modo, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard (1999). Assim, foi possível verificar quais aspectos são privilegiados (ou não) do conceito geométrico analisado.

Para a elaboração do instrumento de coleta de dados, houve uma preocupação prévia em pensar e discutir sobre o objetivo de cada questão, quais as possibilidades de respostas que os alunos poderiam apresentar para cada item proposto. Mas essa preocupação, sem a utilização dos princípios da TAD, delimitou o seu foco mais nas possíveis respostas apresentadas por seus estudantes, do que na própria estrutura das questões.

A utilização da Teoria Antropológica do Didático proporcionou evidências para melhor analisar e detalhar o que se espera que os licenciandos em Matemática mobilizem em cada questão. Proporcionou uma análise mais específica do que é solicitado na questão e quais os procedimentos devem ser realizados, para que seja possível apresentar uma solução para os itens em tela.

Nesse sentido, acreditamos que a utilização da TAD proporciona elementos relevantes para serem considerados ao realizar uma análise de questões, não somente sobre quadriláteros, mas também de outros conceitos dentro do campo da Matemática, em especial, da Geometria.

Seja em uma análise prévia de um questionário de alguma pesquisa ou em uma investigação, para compreender melhor sobre como são apresentadas as questões em livros didáticos, a Teoria Antropológica do Didático oferece elementos importantes que podem enriquecer a visão do pesquisador que analisa os dados e dos professores que podem se beneficiar com a leitura do material produzido.



REFERÊNCIAS

ANA, W. P. S.; LEMOS, G. C. Metodologia científica: a pesquisa qualitativa nas visões de Lüdkee-André. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**. Mossoró, v. 4, n. 12, 2018.

ARAUJO, A. J. O Ensino de Álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equação do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. 292f. **Tese** (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.

BARROS, A. L. S.; BELLEMAIN, P. M. B. Relações pessoais e relações institucionais com o teorema de Pitágoras. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.3, p. 145-163, 2018.

CÂMARA DOS SANTOS, M.; BESSA DE MENEZES, M. A Teoria Antropológica do Didático: uma releitura sobre a teoria. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 8, número temático – p. 648-670, 2015.

CHEVALLARD, Y. L'analyse de des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du Didactique. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria atuação docente. **Práxis Educativa**. Ponta Grossa, PR, v.3, n.1, p. 81-94, jan.-jun. 2008.

FERREIRA, P. S. M. O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros. Seropédica, RJ. 53 p. **Dissertação** (Mestrado em Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa** / [organizado por] Tatiana Engel-Gerhardt e Denise Tolfó Silveira. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

HERNÁNDEZ-SAMPIERI, R.; FERNÁNDEZ-COLLADO, C.; BAPTISTA-LUCIO, P. **Metodología de la investigación** (4a ed.). Cidade do México: McGraw-Hill, 2006.

LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). (Coleção Formação de Professores) – 3. Ed. – Campinas, São Paulo, 2012.

LEIVAS, J. C. P. **Uma viagem sob o olhar de um geômetra**. **Pesquisa e Ensino**, v. 1, p. e202007, 2 abr. 2020.

PEREIRA, A.S. et. al. **Metodologia da pesquisa científica [recurso eletrônico]** / Adriana Soares Pereira ... [et al.]. – 1. ed. – Santa Maria, RS : UFSM, NTE, 2018.



PEREIRA DA COSTA, A. A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2016.

PEREIRA DA COSTA, A. A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis. 2019. 401f. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2019.

PEREIRA DA COSTA, A.; ROSA DOS SANTOS, M. O estudo de quadriláteros notáveis no livro didático de Matemática: um olhar para a organização matemática. **Revemop**, Ouro Preto, MG, v. 1, n. 2, p. 229-247, 2019.

PRAÇA, F. S. G. Metodologia da Pesquisa Científica: Organização Estrutural e os Desafios para Redigir o Trabalho de Conclusão. **Revista Eletrônica “Diálogos Acadêmicos”**, 2015.

ROSA DOS SANTOS, M. A Transposição Didática do Conceito de Áreas Figuras Geométricas Planas no 6º ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da teoria antropológica do didático. 2015. 282f. **Tese** (Doutorado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

VILAÇA, M. M. Investigando o modo que licenciandos em Matemática se apropriam do geoplano para o ensino de quadriláteros. 2018. 150f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

VIEIRA, C. R. Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem, envolvendo materiais concretos, *softwares* de geometria dinâmica e a Teoria de Van Hiele. 2010. 154f. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto: Ouro Preto, 2010.

Recebido em: 20 de junho de 2020.

Inserido em: 10 de agosto de 2020.



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

