

Auto afinidade em sistemas dinâmicos complexos – um estudo comparativo no comportamento de dois fluidos.

Aloísio S. Nascimento Filho (Doutorando - MCTI), aloisio.nascimento@gmail.com;

Marcelo A. Moret (Orientador - MCTI), mamoret@gmail.com;

Faculdades SENAI CIMATEC

Palavras Chave: *Complexidade, dinâmica, DFA.*

Introdução

O interesse no estudo de sistemas dinâmicos tem se intensificado nas últimas décadas, sobretudo, devido aos avanços nas técnicas estatísticas de observação e da introdução de modelos computacionais. Entretanto, medidas de complexidades em sistemas dinâmicos ainda são incipientes, uma vez que estes sistemas são governados por processos estocásticos (MOTEIRO, 2011).

O objetivo deste trabalho é comparar a complexidade entre dois diferentes modelos de dinâmica de fluidos. O primeiro simula o escoamento de um fluido via modelo computacional, ver (FILHO et al, 2016); já o segundo é físico, simula radiação térmica em um aparato instrumentalizado (SOUZA et al, 2015). Espera-se que os resultados colaborem com campo de pesquisa complexidade em turbulência em fluidos.

Métodos e Resultados parciais

Um sistema pode ser definido como um conjunto de objetos agrupados por alguma interação ou interdependência, de modo que existam relações de causa e efeito nos fenômenos que ocorrem com os elementos desse conjunto. Estes sistemas caracterizam como dinâmicos quando algumas grandezas que caracterizam seus objetos constituintes variam no tempo (MOTEIRO, 2011).

Para sistemas com memórias do tipo “instantâneo” ou sem memória, a resposta em um dado instante depende somente da excitação nesse instante. Por exemplo, considere um resistor de resistência R , que obedece à lei de Ohm $v(t) = Ri(t)$. Suponha que esse resistor esteja ligado a uma fonte

que gera corrente instantânea $I(t)$. Esse sistema é “instantâneo”, pois o valor da tensão v , no instante t , depende apenas do valor da corrente I , no mesmo instante t . Já em um sistema dinâmico com memória, a resposta dada no instante depende de valores passados. Por exemplo, considere um capacitor de capacidade C . A tensão v entre suas placas no instante t vale:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t I(t) dt \quad (1)$$

Sendo I a corrente que chega ao capacitor, no instante t . Em princípio, para se calcular os valores em $v(t)$, parece ser necessário conhecer a corrente que flui para o capacitor em todo o seu passado, isto é, de $-\infty$ até t . Todavia, essa expressão pode ser reescrita como:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} I(t) dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I(t) dt = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I(t) dt \quad (2)$$

Tal que, conhecendo o valor de v em algum instante t_0 , e como I varia entre t_0 e t , pode-se determinar $v(t)$.

Observe que $v(t_0)$ contém toda a informação, sobre o passado do capacitor, que é necessária para calcular $v(t)$, para $t \geq t_0$. Esse sistema é dinâmico, pois $v(t)$ depende de $v(t_0)$, que por sua vez é determinado a partir da entrada $I(t)$ entre $-\infty$ e t_0 (MOTEIRO, 2011).

Define-se como variável aleatória como regra x que associa um número ao seu resultado de um experimento probabilista. Os comportamentos dos sinais seguem um processo estocástico definido como um fenômeno que evolui ao longo do tempo de acordo com leis probabilistas. A sequência $x(0), x(1), x(2), \dots, x(T)$ constitui-se numa realização particular do processo em questão, produzida pelo

mecanismo probabilístico subjacente. Assim, num processo estocástico, $x(t)$ é uma função do tempo, tal que, em qualquer instante t , $x(t)$ é uma variável aleatória. Por exemplo, o ato de jogar uma moeda nos instantes $t=0,1,2,\dots,T$, e anotar a sequência obtida, resulta em um processo estocástico de Bernoulli (MOTTEIRO, 2011).

Quanto à complexidade, os sistemas são complexos, quando estes são compostos por muitas partes que apresentam comportamentos coletivos, no entanto não seguem um único padrão de comportamento entre si. Além disso, seus conceitos são aplicáveis em muitas áreas do conhecimento, por ser um campo de pesquisa interdisciplinar (NEWMAN, 2011).

Simulação de escoamento de fluido utilizando a equação de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 v - \rho g \hat{k} \quad (3)$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \quad (4)$$

Onde, na Eq. (3) ρ é a densidade específica do fluido, o operador ∇^2 é o operador Laplaciano, η é a viscosidade do fluido, p é a pressão e \hat{k} é um vetor unitário na direção da gravidade.

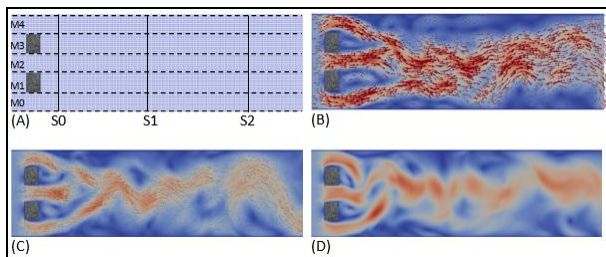


Figura 1. Malha de pontos onde a simulação foi realizada em (FILHO et al, 2016) utilizando o software computational fluid dynamic (CFD), OpenFOAM (MORRIS et al, 2016). Na figura são mostrados dois obstáculos que geram turbulência, e as seções (S0, S1 e S2), juntamente com os pontos nos eixos M0 para M4; (B) captura de imagem do fluxo turbulento na com exibição de setas no tamanho (resolução) 5,5; (C) captura de imagem do fluxo turbulento na com exibição de setas no tamanho (resolução) 3,5; (D) captura de imagem da turbulenta em alta resolução. Fonte: (FILHO et al, 2016).

Modelo de análise estatístico – utilizando Detrended Fluctuation Analysis (DFA).

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x(k) - y_n(k)]^2} \quad (5)$$

O método DFA, proposto por Peng et al (1994), onde o expoente α é definida sempre que uma relação log-log é caracterizado por uma lei de

potência $F(n) \sim n^\alpha$. Para valores mais elevados o expoente α de correlação de longo alcance ($\alpha > 1$), sugere que a dinâmica desse sistema é caracterizado por não-estacionariedade (regime transitório ou condições transientes) (FILHO et al, 2016).

Tabela 1. Método DFA (expoente de correlação α). Análise comparativa de cada medição de concentração de oxigênio e a cada grau de equivalência (ϕ razão de equivalência). fonte: (FILHO et al, 2016).

ϕ , Concentration	α exponent	
	AC	NG
$(0.7 \leq \phi \leq 1.0)$, 21%	sub difusive	sub difusive
$(0.7 \leq \phi \leq 1.0)$, 23%	persistent	sub difusive
$(0.7 \leq \phi \leq 1.0)$, 25%	persistent	sub difusive

Conclusões

A partir dos resultados da simulação, ver (FILHO et al, 2016), observou-se que as regiões menos turbulentas, apresentam sinais com comportamentos persistentes ($0,5 < \alpha < 1,0$). Contudo, após os obstáculos (Figura 1) o expoente α se altera, apresentando um comportamento sub-difusivo ($1,0 < \alpha < 1,5$), (GALHARDO et al, 2009). A avaliação dos resultados sugere que o comportamento sub-difusivo pode estar associado a um regime turbulento, com mudanças bruscas, como proposto por Galhardo et al (2009), bem como em processos turbulentos, menos eficientes e caóticos apresentados em (SOUZA et al, 2015).

Referências

- FILHO, A. S. N. et al. Self-affinity in the turbulent flow of a fluid inside a channel: a simulation using the OpenFOAM library. In: XXXVIII ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DA MATÉRIA CONDENSADA, 2016, Natal. **Anais eletrônicos, XXXIX National Meeting on Condensed Matter Physics**, Natal: ENFE 2016. Disponível em: <<http://www1.sbfisica.org.br/eventos/enf/2016/programa/trabalhos.asp?sesId=42&ar=1>> Acesso em: 20 de Set.2016.
- GALHARDO, C. E. C. et al. Detrended fluctuation analysis of a systolic blood pressure control loop. **New Journal of Physics**, v. 11, n. 10, p. 103005, 2009.
- MONTEIRO, Luiz Henrique Alves. **Sistemas dinâmicos** Editora Livraria da Física, 2011.
- MORRIS, P.D. et al. Computational fluid dynamics modelling in cardiovascular medicine. **Heart**, v. 102, n. 1, p. 18-28, 2016.
- NEWMAN, M.E.J. Complex systems: A survey. **arXiv preprint arXiv:1112.1440**, 2011.
- SOUZA, J. W. G. et al. Fractal aspects in enriched combustion. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 434, p. 268-272, 2015.
- PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. **Physical review E**, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994.

Agradecimentos

FINEP, ANP/PRH-55 e QUEIROZ GALVÃO.