A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E GEOGRAFIA: INFERINDO CONCEITOS DE LOCALIZAÇÃO E DISTÂNCIAS NA CIDADE

THE INTERDISCIPLINARITY BETWEEN MATHEMATICS AND GEOGRAPHY: INFERING CONCEPTS OF LOCATION AND DISTANCES IN THE CITY

LA INTERDISCIPLINARIDAD ENTRE LAS MATEMÁTICAS Y LA GEOGRAFÍA: CONCEPTOS INFERIORES DE UBICACIÓN Y DISTANCIAS EN LA CIUDAD

Raimundo Nonato Barbosa Cavalcante

Maria Hortência Rodrigues Sousa

José Parmênidas Rodrigues de Sousa

RESUMO
O propósito deste trabalho é refletir acerca da interação entre o ensino de matemática e o ensino de geografia, em um contexto interdisciplinar, através do uso de conhecimentos interconectados, a fim de possibilitar aquisição de habilidades que serão transformadas em competências, as quais podem tornar os alunos indivíduos capazes de, dentro do contexto sócio espacial em que estão inseridos, resolver situações problema referente a localização geográfica. Com esse objetivo trabalhamos as noções matemáticas aplicadas aos conhecimentos geográficos e apresentamos alguns conceitos de distância, visto pelo aluno na escola e o conceito de distância em uma situação problema da sua realidade. Assim, destacamos a importância do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático para leitura de mapas, as noções de direção norte, sul, leste, oeste, escalas e tratamos do conceito de distância nas perspectivas da geometria plana, geometria do taxi e a partir de aplicativos de localização como *Google maps*.

ABSTRACT
The purpose of this paper is to reflect on the interaction between the teaching of mathematics and the teaching of geography, in an interdisciplinary context, through the use of interconnected knowledge, in order to enable the acquisition of skills that will be transformed into competencies, which can make individual students capable of, within the socio-spatial context in which they are inserted, solving problem situations related to geographical location. With this objective, we worked on the mathematical notions applied to geographic knowledge and presented some concepts of distance, seen by the student at school and the concept of distance in a situation that is a problem of their reality. Thus, we highlight the importance of developing logical-mathematical reasoning for reading maps, the notions of north, south, east, west, scales and we deal with the concept of distance from the perspective of plane geometry, taxi geometry and from applications location like Google maps.
Palavras-chave: ensino de matemática, ensino de geografia, localização, distâncias.
Keywords: mathematics teaching, geography teaching, location, distances.

INTRODUÇÃO

A matemática apresenta-se de forma intrigante em temas das mais diversas áreas, contribuindo para a aquisição do conhecimento e propiciando aprendizagens sem a qual isso não seria possível. O campo de aplicação do conhecimento matemático nas outras áreas do conhecimento é grande, possuindo assim um caráter fundamental em seu aprendizado para que o aluno consiga obter habilidades necessárias para formação de competências na resolução de situações problema do dia a dia.

A matemática se faz assim presença indispensável ao aprendizado de conteúdos nas áreas das Ciências da Natureza (CN), além de se fazer presente, também, em outras áreas do conhecimento como na área das Ciências Humanas (CH) e ainda tem como parte essencial à aprendizagem a compreensão da linguagem. Sobre a interdisciplinaridade o programa Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio, no caderno em que discute o ensino de matemática, traz a reflexão:

> Não seria a interdisciplinaridade, ou outras práticas integradoras da Matemática com outros diversos conhecimentos de diferentes áreas para a compreensão ou áreas de conhecimento, uma forma de garantir espaços curriculares mais interessantes para todos, pela construção de contextos de fato significativos para os estudantes? Essa é uma questão de extrema relevância pois, como sabemos, é bastante comum a disputa de espaço/tempo escolar entre disciplinas - os treze componentes curriculares obrigatórios previstos nas DCNEM. Assim, a otimização de espaço/tempo pode abrir caminhos para atividades integradoras, das quais participem especialistas de diferentes componentes curriculares. Tais atividades, além de trazerem vantagens no aporte de contextualização e atribuição de significados aos estudantes, requerem um planejamento coletivo, o que certamente implicará na discussão sobre a relevância e pertinência de vários dos conteúdos abordados. (BRASIL, 2014. p. 12-13)

Essa busca por trazer uma integração entre áreas e fazer da interdisciplinaridade um instrumento que possibilite um aprendizado em contextos significativos ao aluno motivaram a realização desse trabalho, abordando conteúdos relevantes.

Aqui nos concentramos na aplicação dos conhecimentos e saberes matemáticos aplicados à área de CH, especificamente à disciplina de Geografia. A partir do conteúdo de cartografia, onde conhecemos as noções de direção, sentido e localização em um ponto do planeta e são introduzidos os conceitos de mapa, projeções cartográficas, temos uma relação em que Matemática e Geografia se intersectam e possibilitam uma abordagem integrada das mesmas. O fato é que as aproximações delas representam um vasto campo de estudo.

Nos atemos ao estudo da localização espacial do indivíduo no contexto da realidade em que o aluno está inserido, utilizando como fundamentos conhecimentos matemáticos, que precisam ser bem assimilados, para uma compreensão dos conceitos de localização e distância, possibilitando a aquisição de habilidades. Mostramos aos alunos conceitos diferentes do que se define como distância, a euclidiana e a geometria do táxi para determinar localização e distância entre pontos em um mapa da cidade.

Fazendo um contraponto entre os conceitos estudados e utilizando conceitos matemáticos da cartografia e da métrica da soma (geometria do táxi), além da discussão dessas formas de obter menor distancias, buscamos mostrar que o aluno, através de suas reflexões identificasse a melhor forma de, em sua vivência no contexto socioespacial que está inserido, conseguisse aferir a melhor forma de se localizar e medir distância em um trajeto.

Sendo hoje, no século XXI, a tecnologia cada vez mais presente na vida de todos, mostramos a noção de distância no aplicativo de localização *Google maps* e sugerimos a reflexão acerca do que se apresenta no aplicativo e as noções de distância utilizadas. Ao final, os alunos foram instigados a fazer uma reflexão geral sobre os conteúdos estudados, uso de aplicativos e a decisão entre tomar ou não o percurso que apresenta a menor distância.

O SABER MATEMÁTICO E A GEOGRAFIA

Para que o aprendizado de temas geográficos como a noção de espaço, um tema imprescindível para a compreensão geográfica de localização, é igualmente importante que se reconheçam pertencer ao grupo de operações lógico-matemáticas. SANN in ALMEIDA (2010) diz que "O entendimento do sistema de coordenadas desenvolve a percepção do espaço com suas características matemáticas, através de paralelas, da conservação de ângulos, das proporções, das noções de distância e de ângulos retos".

Para Campos (2007) a educação cartográfica ou alfabetização cartográfica supõe o desenvolvimento das noções de: visão oblíqua e visão vertical; imagem tridimensional, imagem bidimensional; alfabeto cartográfico: ponto, linha e área; construção da noção de legenda; proporção e escala; Lateralidade/ referências, orientação. Todos os elementos elencados, segundo o autor, para que o conhecimento geográfico aplicado à cartografia possibilite uma aprendizagem significativa do conteúdo necessitam de um certo desenvolvimento cognitivo lógico-matemático.

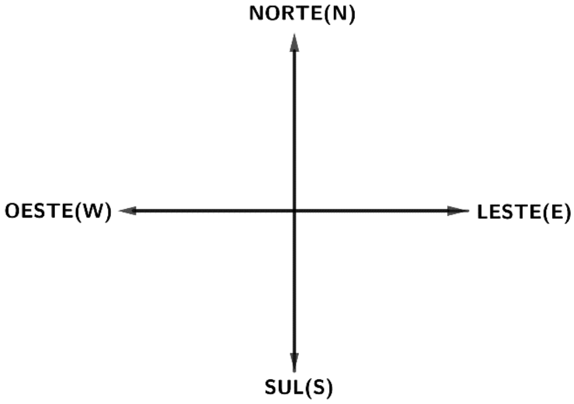
O conhecimento geográfico referido ao estudo da cartografia se constrói através da noção de quantidade. Os dados quantitativos representam, muitas vezes, para estudantes e até professores de Geografia, algo incompreensível pela falta do desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas necessárias à sua compreensão. Essa situação se apresenta através da falta de conhecimento de elementos fundamentais ao ensino e aprendizagem da Geografia.

A formação do aluno como sujeito, de uma forma integral compreende a sua compreensão de localização e cálculo de distâncias, fazer julgamentos, conjecturar a respeito dessas noções importantes para seu desenvolvimento e percepção da realidade. Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) "espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações." Ou seja, essas noções já devem ser desenvolvidas no aluno desde a infância.

Noções Lógico-Matemáticas

A primeira noção matemática básica a compreensão de localização é a noção das direções dos pontos cardeais. Essa noção com suas devidas características preservadas está representada pelas direções horizontal (x,0) e vertical (0,y), eixo das abscissas e ordenadas, respectivamente do plano cartesiano.

Figura 1 – Pontos Cardeais



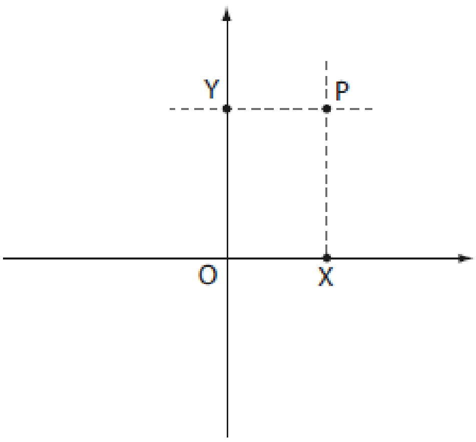
Fonte: Elaborado pelo autor

Para representar pontos em um plano, procederemos da seguinte maneira:

- Traçamos duas retas (eixos) perpendiculares e usamos a sua interseção **O** como origem para cada um desses eixos.
- Para cada um dos eixos, escolhemos uma unidade de medida e um sentido positivo. No caso utilizamos a notação usual: na reta vertical, a partir origem **O**, à direita o sentido é positivo, à esquerda o sentido é negativo.

  Para cada ponto **P** do plano traçamos:
- Uma reta paralela ao eixo vertical que intersecta o eixo horizontal no ponto **X**.
- Uma reta paralela ao eixo horizontal que intersecta o eixo vertical no ponto **Y**.

Figura 2 - Plano Cartesiano



Fonte: Iezzi, 2015. p. 54

- O número real $x = med(OX)$ é a **abscissa** de **P**, e o número real $y = med(OY)$ é a **ordenada** de **P**. Observe, na figura acima, que a abscissa de **P** é positiva e a ordenada de **P** também é positiva.

- Os números reais **x** e **y** são as **coordenadas** de **P** e as indicamos na forma de **par ordenado** p(x, y).
- O plano que contém as duas retas é o **plano cartesiano**.
- O eixo horizontal (OX) é o **eixo das abscissas**.
- O eixo vertical (OY) é o **eixo das ordenadas**.

Uma constatação importante acerca do que propomos como objeto de aprendizagem, tendo o aluno em seu contexto local, especificamente da cidade onde vive, foi obsevar que apesar da projeção conhecida como *Web Mercator*, variante da projeção de Mercartor para aplicações em planificação do globo que representa uma projeção apropriada para um mapa interativo de mundo (LAPAINE e URSEY 2017) utilizamos, para efeito de compreensão, mapas “planificados” da cidade.

Hoje o uso de mapas tornou-se dispensável por meio da tecnologia desenvolvida com o propósito de localização. Serviços de mapeamento online ou of-line como o Google Maps, usam uma variante da projeção de Mercator para nos fornecer a localização de pontos em um mapa virtual que nos é apresentado na tela de um smartphone, computador ou sistema multimídia de um automóvel. Sem entrar no mérito das variações de escala, ele nos fornece uma visão do entorno muito adequada, sem que haja muitas distorções, pois, a variante de projeção é quase correspondente e podemos aproximar a imagem, sem grandes prejuízos, e assim nos detalham melhor as proximidades do local onde estamos.

Nesse aspecto de semelhança dos mapas físicos com os novos mapas digitais, que a olho nu podem representar uma visão de um mapa em uma tela, o conceito de escala se apresenta como conceito a ser compreendido no contexto da localização real e a transposição de uma distância em um formato reduzido a ser exibida como informação daquilo que se pretende mostrar, naquele papel ou tela visto pelo aluno, da representação do que está a sua volta. Assim, as dimensões reais precisam ser reduzidas para caber no objeto em que a área, no nosso caso, a cidade em que vivemos, será representada e essa redução se dá por meio da escala numérica.

A Escala Numérica na área de medidas, dizemos que **escala** é a razão constante entre qualquer grandeza física ou química que permite uma comparação. No caso de um desenho ou mapa, chamamos de escala cartográfica a relação matemática entre as dimensões apresentadas no desenho e o objeto real por ele representado. Estas dimensões devem ser sempre tomadas na mesma unidade.

A escala numérica então, representa, sob forma de fração, a relação entre um comprimento de um segmento no mapa ou desenho (numerador) e seu correspondente no terreno (denominador). Para facilitar a utilização da escala e o trabalho de conversão mapa-realidade, realidade-mapa, utilizamos sempre escalas cujo numerador é a unidade, ou seja, 1. Assim, uma escala de 1:250.000 ou 1/250.000 temos que numerador 1 indica que cada unidade da planta, carta ou mapa representa 250.000 unidades do terreno real. Segundo Campos 2017:

> A escala é, portanto, a razão (quociente) constante entre a medida do segmento que, no mapa, une dois pontos quaisquer, e a distância real (no terreno) entre os mesmos pontos, expressas na mesma unidade de medida. Assim, uma escala

> 1/500.000 (também representada por 1:500.000) significa que 1 milímetro, 1 centímetro, 1 decímetro, medido no mapa, corresponde, respectivamente, a 25.000 milímetros (ou seja, 25 metros), 25.000 centímetros (= 250 metros), 25.000 decímetros (= 2.500 metros), no terreno. Uma regra de três simples permite, facilmente, calcular, numa escala determinada, o valor de qualquer distância, considerada no mapa, e a correspondente medida no terreno e vice-versa. (CAMPOS 2007. p. 120)

Dessa forma expressamos a escala numérica por:

$$E = \frac{D}{d}$$

Em que E = escala; D = distância real; d = distância no mapa. As grandezas D e d são dadas, geralmente, em centímetros, sendo, portanto, quando necessário, fazer o uso de conversão de unidades de comprimento. Cada centímetro do papel é representado por uma quantidade em centímetros na realidade. Assim, por exemplo, na escala abaixo temos que cada centímetro representado no mapa equivale a um milhão de centímetros reais e que utilizando a conversão de medidas encontramos que cada centímetro equivale a 10 Km:

$$E = 1{:}\,1\ 000\ 000$$

A riqueza de detalhes de um mapa lhe diz se o mesmo é de grande escala ou de pequena escala. Quanto mais detalhes houver, mais informações são apresentadas, temos um mapa de grande escala. Quanto menos detalhes, menos informações, temos um mapa de pequena escala. A diferença entre os dois se dá basicamente pelo primeiro representar um território menor, como uma cidade por exemplo. Já o segundo representa um território maior como um estado, pais ou continente.

Quanto ao tamanho da representação, podemos usar a seguinte classificação:

- **Escala natural**: representada numericamente como 1:1 ou 1/1. Ocorre quando o tamanho físico do objeto representado no plano coincide com a realidade.
- **Escala reduzida**: quando o tamanho real é maior do que a área representada. Costuma ser usada em mapas de territórios ou plantas de habitações. Exemplos: 1:2, 1:5, 1:10, 1:20, 1:50, 1:100, 1:500, 1:1000, 1:5000, 1:20000.
- **Escala ampliada**: quando o tamanho gráfico é maior do que o real. É usada para mostrar detalhes mínimos de determinada área, principalmente de espaços de tamanhos reduzidos. Exemplos: 50:1, 100:1, 400:1, 1000:1.

Fazendo o estudo do plano cartesiano e trabalhando a noção de pontos cardeais, proporcionamos ao aluno poder a partir dessas informações centralizar esse plano em qualquer ponto da cidade e a partir dele fazer julgamentos dos sentidos de outros pontos. Por exemplo, ao centralizarmos o plano na escola, o aluno pode observar se sua casa fica ao norte, ao sul, aos leste, a oeste ou a outros sentidos.

Ao deixar explícito ao aluno as noções de escala numérica podemos explorar situações problema em que os mesmos foram capazes de definir distâncias reais, conhecidas as medidas apresentadas no mapa, bem como definir as distâncias no mapa a partir da distância real conhecida.

Coordenadas Cartográficas no Plano – Longitude e Latitude

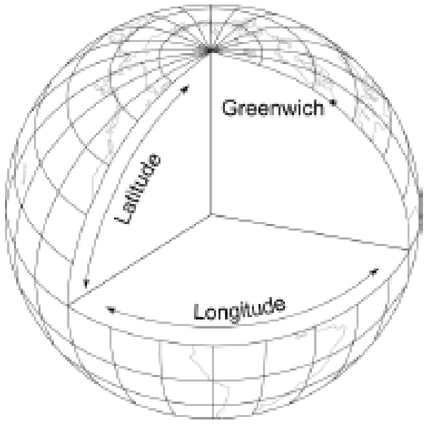
Quando se trata de transformação do espaço terrestre no globo em um plano há muitas maneiras de fazer essa transposição. São as chamadas projeções cartográficas que servem a propósitos diversos atendendo melhor a um ou outro especificamente. A superfície terrestre é subdividida em linhas paralelas horizontais e verticais: latitude e longitude. Essas linhas cruzam-se em determinados pontos que descrevem a localização de um objeto e tais pontos são representados pelas coordenadas desse lugar na superfície terrestre, determinando assim sua posição na superfície oceânica ou continental por sua latitude e longitude, tal qual as coordenadas do plano cartesiano.

Latitude é o ângulo formado entre o Equador e um ponto estimado. Todos os pontos do Equador possuem latitude geográfica igual a 0º. Pontos situados ao norte do equador têm latitudes maiores que 0º, variando até 90º, que é a latitude do polo geográfico norte. Da mesma forma variam as latitudes ao sul do equador terrestre, desde 0º a 90º, latitude do polo geográfico sul. Para se diferenciar os valores, atribui-se sinal positivo para as latitudes norte e negativo para as latitudes sul.

Longetude é o ângulo formado entre o meridiano que passa por determinado lugar e o meridiano de Greenwich. A longitude é medida de 0º a 180º, para leste ou para oeste de Greenwich. Por convenção, atribui-se também sinais para as longitudes: negativo para oeste e positivo para leste. Ao termos os valores da latitude e da longitude de um local desejado, teremos determinado as coordenadas geográficas do mesmo.

Podemos verificar junto aos alunos que tais convenções baseiam-se no objetivo de planificar a superficie terrestre. Nesse sentido é válido utilizar um sistema cartesiano de coordenadas para permitir conhecermos a posição de um objeto e fazer uma julgamento acerca dessa posição quanto a outros objetos e determinar distâncias.

Figura 3 – Divisão da superfície terrestre: Latitude e longitude



Fonte: Lapaine & Usery, 2017. p. 67

PERCORRENDO A CIDADE

Para percorrer a cidade é necessário um mapa detalhado que apresente a malha rodoviária, a localização de bairros e avenidas ajuda bastante. Para o aluno se reconhecer como indivíduo pertencente a um contexto social em que conhecer sua localização é parte determinante na sua forma de agir quanto a se locomover nesse espaço.

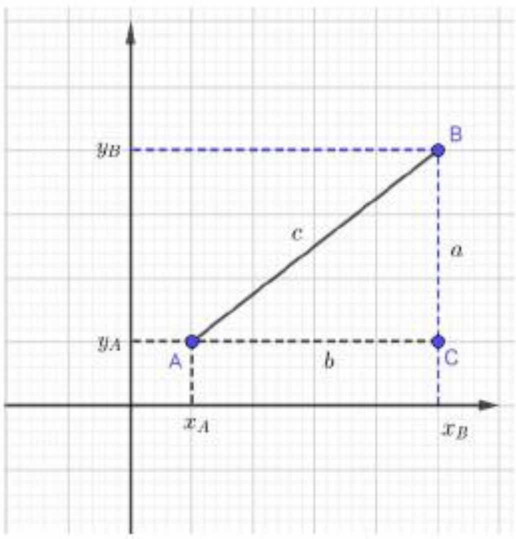
Há então, além do conhecimento empírico que o indivíduo adquire em seu espaço sociocultural de vivência, situações em que determinar a forma de locomoção, as distâncias e formular um julgamento adequado do que fazer, como fazer, por onde ir, exigem um conhecimento e capacidade de utilização do raciocínio lógico-matemático que refletem na forma de agir.

Sendo conhecido as direções norte, sul, leste e oeste e tendo definido o local onde se encontra e o local para onde se deseja ir pode-se fazer a leitura e prosseguir rumo ao destino. Conhecendo-se a escala adotada conhece-se a distância a ser percorrida. Ocorre que nos dias atuais a localização por pontos cardeais e o uso da escala para se mover na cidade se torna algo dispensável, uma vez que os aplicativos dão tanto a informação dos possíveis trajetos a serem percorridos bem como as distâncias para cada um. Mas de que distância estamos falando?

Distância ideal

Da geometria euclidiana, uma vez que nosso mapa local está representado ou é visualizado como um plano, do qual podemos estabelecer um eixo de coordenadas, com coordenadas cartesianas, a menor distância entre dois pontos, com A o local onde se está e B o local onde se deseja ir, é dada pela distância euclidiana entre A e B. Antes de iniciar o estudo das distâncias, primeiramente é necessário inserir ou relembrar, no caso de turmas de 3º ano do Ensino Médio a noção usual de distância *d* entre dois pontos. Sejam dois pontos $A(x_A;y_A)$ e B($x_B;y_B$) encontremos a distância euclidiana entre os dois pontos A e B. Vamos representá-los no Plano Cartesiano.

Figura 4 – Distância entre dois pontos



Fonte: Elaborado pelo autor

ISSN 2675-1291| DOI: http://dx.doi.org/10.5935/encantar.v1.n3.002
Revista Encantar - Educação, Cultura e Sociedade - Bom Jesus da Lapa, v. 1, n. 3, p. 07-20, set./dez. 2019

Sejam a, b e c as medidas respectivamente de $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$. Podemos ver que temos um triângulo ΔABC, retângulo em C. Observando que $AC = |x_B - x_A|$ e que $BC = |y_B - y_A|$ então,

$$|x_B - x_A|^2 = (x_B - x_A)^2$$

e

$$|y_B - y_A|^2 = (y_B - y_A)^2$$

Pelo teorema de Pitágoras:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$\boldsymbol{d_{AB}}^2 = (x_B - x_A)^{\mathbf{2}} + (y_B - y_A)^2$$
$$\boldsymbol{d_{AB}} = \sqrt{(x_B - x_A)^{\mathbf{2}} + (y_B - y_A)^2}$$

De onde obtemos os resultados:

- $d_{AB} = 0$, se A = B, se o local onde se deseja ir é onde se está;
- $d_{AB} = |x_A - x_B|$, se $y_A = y_B$, se o local onde se deseja ir segue uma linha reta no eixo das abscissas x de acordo com o plano do mapa;
- $d_{AB} = |y_A - y_B|$, se $x_A = x_B$, se o local onde se deseja ir segue uma linha reta no eixo das ordenadas y de acordo com o plano do mapa

Dessa forma, a maneira de chegar mais rápido ao local desejado seria seguir em linha reta até o ponto desejado. Porém, o caminho que se quer tomar dentro de um espaço urbano, em sua grande maioria não nos permite percorrer trajetos em linha reta. Não se pode ultrapassar prédios.

Geometria do táxi

Para se locomover na cidade e calcular distâncias a serem percorridas a medida de segmentos dadas pela geometria euclidiana mostrou-se ineficiente. Dessa forma precisava-se de outro meio de medida para responder a questionamentos desse tipo. Não apenas bastava localizar-se no plano da cidade e conhecer a localização de onde se pretendia ir.

Tal forma de medir distâncias entre dois pontos representa a menor distância possível, mas que em certos momentos, apesar de válida, não necessariamente é a mais adequada.

Suponhamos uma pessoa que esteja em um determinado ponto de uma cidade, um hospital, por exemplo, e a mesma precise ir resolver um problema na prefeitura de tal cidade. Ambos os locais ficam em bairros diferentes. Logicamente tal pessoa está diante de um problema que envolve sua localização e a distância que percorrerá para ir até onde precisa ir. Nesse caso a utilização dos conhecimentos matemáticos para determinar a distância a ser percorrida entre esses dois locais, no método euclidiano, supondo conhecidas suas coordenadas, é válida?

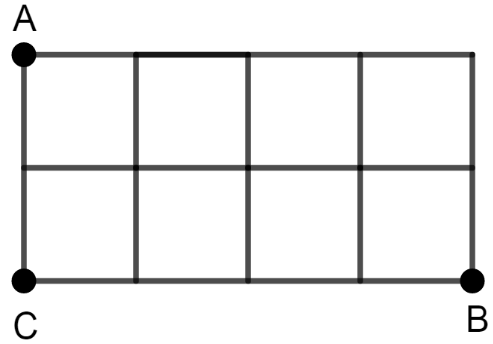
Em um mapa impresso ou aplicativo de celular, esses dois lugares podem ser representados por dois pontos, logo poderíamos verificar a distância que o mototaxista iria percorrer utilizando um sistema de coordenadas e a partir de então aplicar a definição de distância entre dois pontos usual.

Na verdade tal distância não será a mesma que o mototaxista percorrerá, ele simplesmente não pode ultrapassar prédios, praças ou qualquer edificação existente entre esses pontos, ele precisa obedecer ao traçado das ruas.

Com o intuito de possibilitar a resolução desse problema, Hermann Minkowski sugeriu uma métrica, conhecida como métrica da soma, cuja geometria foi designada por Geometria do Táxi, baseada no plano cartesiano. Nessa nova métrica a noção de medida foi dada através da soma dos módulos da diferença entre as abscissas e da diferença entre as ordenadas. Nesse sentido a decisão pelo menor caminho tem um número maior de possibilidades e a movimentação se dá oeste-leste, leste-oeste, norte-sul ou sul-norte, dependendo de onde se esteja e para onde se deseje ir.

Nessa métrica as ruas da cidade são paralelas e perpendiculares entre si, sendo que a horizontal (x) determina a longitude e a vertical (y) determina a altitude a partir de uma origem O. Observemos a figura abaixo, onde A e B representam pontos em um mapa de uma cidade em que se percorre trajetos a partir da Geometria do Táxi.

Figura 5 – Possibilidades de Trajeto AB



Fonte: Elaborado pelo autor

Percorrer de A a B tem agora a possibilidade ACB, mas pode-se percorrer qualquer outro trajeto: 4 para leste, duas para o sul; 1 para o leste, 1 para o sul, 3 para o leste, 1 para o sul; entre outras possibilidades. Temos 15 possibilidades no total para percorrer de A a B passando ou não por C, e todas essas possibilidades representam o menor caminho de A à B. Diferentemente da medição de segmento na geometria euclidiana onde há apenas um trajeto possível. Neste caso, as movimentações devem se tomar para o sul e leste, obrigatoriamente, desde que se deseje percorrer a menor distância possível.

Introduzindo no plano da cidade um sistema de coordenadas, com um ponto fixado como origem e os eixos coordenados traçados sobre duas ruas reciprocamente perpendiculares, a distância real entre os pontos $A(x_1,y_1)$ e $B(x_2,y_2)$ dessa cidade, o comprimento do segmento AB de acordo com a geometria adotada, é igual a

$$AB = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

Tal geometria apresenta propriedades semelhantes às da geometria euclidiana, apresentamos algumas delas:

- As distâncias são sempre não negativas, já que são dadas pela soma dos módulos;
- A distância entre A e B é zero se, e somente se, os pontos A e B coincidirem;

- É simétrica: a distância entre A e B é a mesma que a distância entre B e A;
- Se A e B estiverem na mesma *rua horizontal* ou a mesma *rua vertical* então tal distância é igual a medida da distância na geometria euclidiana entre A e B.

Distância no *Google maps*

Após a reflexão acerca do uso dos mapas, fazer o paralelo entre os pontos cardeais, as noções de latitude e longitude e a transposição desses conceitos em um plano cartesiano fazendo uso de coordenadas cartesianas, utilizamos o mapa da cidade como um plano, por se tratar de um recorte pequeno de uma projeção da superfície terrestre e a partir desse adequação propomos a resolução de situações problema de localização de pontos, tendo determinado o centro da cidade como origem desse plano.

Escolhendo pontos turísticos, centros comerciais e pontos de lazer passamos a marcá-los no mapa, determinar suas coordenadas e a direção desses locais em relação aos pontos cardeais. Em um segundo momento utilizamos a noção de escala para determinar o comprimento real de um seguimento representado no mapa. Utilizamos as noções de distância euclidiana e da geometria do taxi.

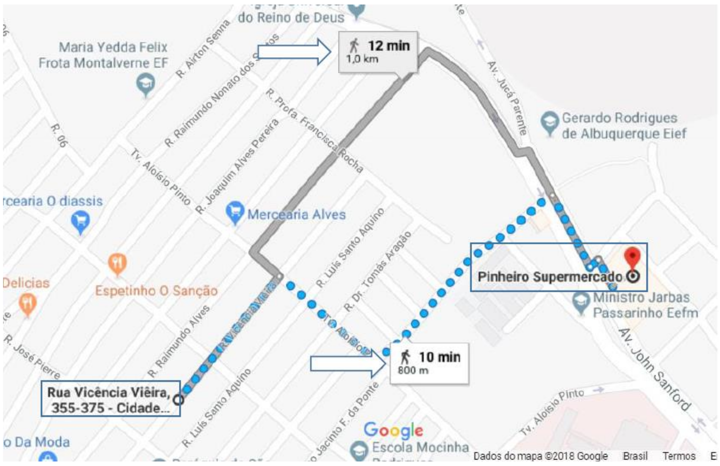
Depois de trabalhado os conceitos cartográficos e matemáticos possibilitando ao aluno a aquisição de conhecimentos específicos para esse fim, voltamos a aplicação dos conceitos em uma perspectiva tecnológica, tendo em vista a utilização de recursos digitais presentes na vida da maioria dos alunos. O uso de *smartphones* é frequente e a destreza com que os jovens tem em manipular as ferramentas presentes no aparelho trazem um novo conceito de interação desse jovem com o mundo.

Em uma rápida conversa, colocamos a seguinte situação hipotética ao alunos, “você chega a uma cidade que você não conhece, você está num ponto, um posto rodoviário, por exemplo, e pretende ir ao centro dessa cidade. O que você faz? A resposta da maioria foi quase automática: pegamos o celular e “vimos” no *Google maps*.

A utilização de aplicativos de localização está presente na vida cotidiana do século XXI, essas ferramentas nos “libertam” do uso de mapas físicos, de cálculos. E tais aplicativos, frequentemente, nos apresentam mais de uma opção, estamos agora diante de um desafio de escolhas, entramos na seara da análise combinatória, em pequena proporção, é claro.

Há, porém, nessas escolhas que se apresentam, detalhes que devem ser considerados. A busca pela melhor forma de se locomover nem sempre permite que tenhamos a menor distância entre dois pontos da cidade. Na realidade sempre buscamos o trajeto mais curto para chegarmos a algum lugar e podemos de fato fazer isso, mas desde que o trajeto seja feito a pé, pois se usarmos um transporte qualquer, seguindo as regras de trânsito nem sempre o caminho mais curto é possível de ser percorrido. Dessa forma, os cálculos são desnecessários para nos locomover, e os aplicativos nos auxiliam nessa tarefa.

Figura 6 – Trajetos possíveis com o google maps



Fonte: Elaborado pelo autor

Com o intuito de fazer os alunos refletirem sobre o uso dessa importante ferramenta tecnológica, utilizamos os pontos determinados anteriormente para tratar da distância a ser percorrida, dos trajetos que o aplicativo disponibiliza e fazer um paralelo entre as distâncias anteriormente analisadas. Verificamos a situação da menor distância, do porquê o trajeto que representa a menor distância no *Google maps* ser diferente da menor distância tanto na geometria euclidiana quanto na geometria do táxi.

Das considerações feitas podemos observar que não se pode utilizar aplicativos sem ter noção daquilo que se está fazendo, sob pena de perdemos o sentido da significação das coisas e perder-se a capacidade de refletir diante dos problemas do dia a dia. Aprender o porquê é necessário a verdadeira emancipação cidadã do indivíduo e a falta dessa reflexão pode se tornar perigosa a medida que pode nos levar a situações indesejadas.

Fazendo o uso correto e consciente dos meios tecnológicos, tais ferramentas facilitam muito uma decisão qual caminho seguir, qual o melhor trajeto a ser percorrido a fim de chegar onde se deseje e não somente qual o menor caminho.

CONCLUSÕES

O saber matemático é importante para desenvolver o raciocínio lógico-matemático e consequentemente possibilitar a aprendizagem de diversos conteúdos de outras áreas, dentre eles a noção de localização espacial. A geografia se complementa desse saber através das noções de quantidade, de percepção espacial, cálculos básicos utilizados em diversas situações, entre elas a localização geográfica utilizada na cartografia.

Assim, perceber que o ensino matemático e geográfico estão conectados é confirmar que o modelo de ensino aprendizagem centrado na fragmentação do conhecimento, com ensino de conteúdos desconexos e sem ligação com a realidade não mais condiz com as necessidades da atualidade, o escopo agora é outro, as áreas do conhecimento precisam estar na vanguarda do desenvolvimento e aprimoramento dos conteúdos lecionados, visto que interdisciplinaridade e contextualização são palavras-chave para o ensino aprendizagem no século XXI.

Cabe ressaltar que a interdisciplinaridade vai além das delimitações teóricas de cada área do conhecimento, a mesma pressupõe um ponto de contato comum entre as diferentes áreas do conhecimento e desse ponto a construção de um conhecimento conjunto, integrado e completo sobre os mais variados assuntos. No contexto do trabalho apresentado esse conceito de interdisciplinaridade faz-se presente.

Portanto, trabalhar os conceitos de localização e distância nos contextos matemáticos e geográficos possibilitam um trabalho conjunto em que o ensino de matemática e o ensino de geografia estão conectados e propiciam a aquisição de conhecimentos pertinentes a emancipação do indivíduo e contribuem para a formação integral do aluno, dando ao conhecimento matemático um caráter menos técnico, conectado com a realidade e contribuindo com a construção do conhecimento geográfico. Aos se fazer uso de intervenções com utilização de situações problema do meio em que vivem despertam a curiosidade e trazem uma maior interação com o que está sendo proposto.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Rosangela Doin de (org.) **Cartografia Escolar**. São Paulo: Ed. Contexto, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª versão. Brasília: Ministério da Educação. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Formação de professores do ensino médio, etapa II - Caderno V:** Matemática. Curitiba: UFPR, 2014.

CAMPOS, A. C. **Cartografia Básica:** A Questão da Escala no Ensino de Geografia. São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2007. Disponível em: <http://www.cesadufs.com.br/ORBI/public/uploadCatalago/11194904042012Cartografia_Basica_Aula_8.pdf> Acesso em 15 jan. 2019.

CAVALCANTE, R. N. B. **Teorema de Borsuk no plano de Minkowski**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Faculdade de Ciência e Letras do Sertão Central. Universidade Estadual do Ceará (UECE), Quixadá - Ceará.

JANSSEN, C. **Taxicab Geometry**: Not the Shortest Ride Across Town (Exploring Conics with a Non-Euclidean Metric). Iowa: State University, 2007.

IEZZI, G. **Matemática**: Ciência e Aplicação. Editora Saraiva, 2015, São Paulo.

LAPAINE, M., USERY E. L. Choosing a Map Projection: **Projeções Cartográficas e Sistemas de Referência**. International Cartographic Association, Cham: Spring, 2017. Disponível em <https://icaci.org/files/documents/wom/09_IMY_WoM_pt.pdf>. Acesso em 12 nov. 2018.

LATITUDE e longitude. **Só Geografia**. Virtuous Tecnologia da Informação, 2007-2019. Disponível em <http://www.sogeografia.com.br/Conteudos/GeografiaFisica/coordenadas_geo/LatitudeLongitude.php> Acesso em 05 abr. 2019

PAIVA, M. **Matemática Paiva 3**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013. 231 p.

SÁ, C. C. de; ROCHA, J. (editores); **Treze Viagens Pelo Mundo da Matemática** 2 ed.: Rio de Janeiro, SBM, 2012. (Coleção do Professor de Matemática).

O que é escala? **Só Matemática**. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2019. Disponível em <https://www.somatematica.com.br/curiosidades/c117.php>. Acesso em 05 abr. 2019.