

OFICINAS DE MATEMÁTICA UMA MANEIRA DE ENSINAR PROBABILIDADE E ESTIMATIVA

MATHEMATICS WORKSHOPS A WAY TO TEACH PROBABILITY AND
ESTIMATE

TALLERES DE MATEMÁTICAS UNA MANERA DE ENSEÑAR PROBABILIDAD
Y ESTIMACIÓN

Anna Karla Barros da Trindade

Francisco de Paula Santos de Araujo Junior

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar duas propostas de trabalhar o conteúdo de estatística, referente aos estudos de probabilidade e estimativa, propostas estas que são formas práticas de ensino, visando uma melhor assimilação pelos alunos, atribuindo uma análise palpável para a teoria estudada e tornando a aula do professor mais dinâmica. Aula esta proposta para alunos do 2º do ensino médio, o trabalho divide-se em duas partes, onde em cada uma desta é relatada a forma que o professor deve aplicar em sala, utilizando como base as oficinas aplicadas pelo curso de Bacharelado em Estatística da UFPI.

ABSTRACT

This work has as main objective to present two proposals to work the content of statistics, referring to the studies of probability and estimation, proposals that are practical forms of teaching, aiming at a better assimilation by the students, attributing a palpable analysis to the studied theory and making the most dynamic teacher's class. Class this proposal for students of the 2nd high school, the work is divided into two parts, where in each part it is reported the form that the teacher should apply in class, using as a basis the workshops applied by the Bachelor of Statistics course from UFPI.

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo principal presentar dos propuestas para trabajar el contenido de las estadísticas, referidas a los estudios de probabilidad y estimación, propuestas que son formas prácticas de enseñanza, con el objetivo de una mejor asimilación por parte de los estudiantes, atribuyendo un análisis palpable a la teoría y elaboración estudiadas. la clase de profesor más dinámica. Clasifique esta propuesta para los estudiantes de la 2da escuela secundaria, el trabajo se divide en dos partes, donde en cada parte se informa el formulario que el maestro debe aplicar en clase, utilizando como base los talleres aplicados por el curso de Licenciatura en Estadística. de UFPI.

Palavras - chave: Proposta. Estatística. Probabilidade. Estimativa.

Keywords: Proposal. Statistic. Probability. Estimate.

Palabras clave: Propuesta. Estadísticas Probabilidad Estimación

INTRODUÇÃO

Sabe-se que existem mudanças sociais, de valores e comportamentos em todas as sociedades com o passar do tempo, e que este fato não é diferente aos alunos que vão às escolas todos os anos, porém não existem mudanças significativas na forma de ensinar, como se as mudanças citadas acontecessem

somente fora dos muros das escolas, sendo que quem adentra estes muros todos os dias recebe informações, valores e influências externas, desta forma a aula tradicional, sozinha, não conseguirá atrair a atenção/interesse do alunado, um exemplo claro são as tecnologias de comunicação móvel cada dia mais presente em sala, podendo ser aproveitadas pelos docentes e não somente ser dito um “*desliga o celular*”, não, não o desligue, torne-o útil em sua aula, contudo o que se tem como realidade é que a forma de ensinar matemática e suas tecnologias permanece, em muitos casos, estática, como se a escola do século XX ainda tivesse os mesmos preceitos e funcionalidade em 2019.

Os resultados matemáticos acabam sendo tratados como prontos na educação básica, são apresentados como dogmas e não oriundo de uma ciência que obtém estes resultados após análise, observação e raciocínio de como a natureza se comporta e responde às hipóteses criadas, assim é feita uma proposta de como ensinar dois importantes tópicos de estatística não com resultados prontos e acabados, mas sim propondo uma construção dos mesmo por meio da realização de oficinas. É feita descrição referente aos conteúdos de estimativa e probabilidade, esta proposta é baseada nas oficinas aplicadas pelo curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Federal do Piauí – UFPI, como pode ser consultado em FERRAZ(2017), com o intuito de trazer para sala problemas que possam motivar os alunos e apresentar aos professores uma possibilidade prática no trabalhos destes, visando a possibilidade da união de teoria e prática causar um impacto no positivo no ensino e aprendizagem da matemática, o estudo é feito com base no PCN e as competências que os alunos devem obter no estudo de matemática no ensino médio. É feito um passo a passo de como dever ser trabalhado cada problema e resultados esperados como soluções que devem ser analisadas, porém caso os resultados sejam distintos, estes podem servir de análise docente tanto quanto os esperados.

METODOLOGIA

Para realização deste trabalho foi feita uma pesquisa bibliográfica de caráter qualitativo, que segundo Gil (2008) é aquela que é elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de livros, artigos de periódicos e atualmente com material disponibilizado na Internet. Para analisar a opinião de autores sobre a importância do ensino de estatística e como esta aparece atualmente, verificando a importância e analisando que a pratica docente pode ser melhorada, foi elaborado um resumo dos métodos apresentados nas oficinas do curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Federal do Piauí - UFPI, posteriormente foi construído uma sistematização de como os professores que venham a ter contato com este trabalho possam fazer para aplicar tais oficinas em suas turmas, para tentar uma melhoria no ensino de estimativa e probabilidade, colaborando também como comentários de experiência docente das realização em turmas variadas por ambos os autores.

REVISÃO DE LITERATURA

Por que a estatística não é ensinada de forma prática em sala? Visto que tal ciência tem inúmeras aplicações e interdisciplinaridade pelo fato de poder ser analisado variáveis tanto quantitativas como qualitativas ou seja não fica restrita somente aos números, mas como é trabalhada pelo professor de matemática acaba sendo vista como ciências “exatas” e não como uma ferramenta de análise e interpretação dos valores colhidos e resultados obtidos ao realizar os cálculos,

sendo assim essa forma de trabalhar em sala já deveria ser até natural, tentando responder a pergunta levantada, segundo FERRAZ(2017),

Há vários motivos que respondem essa pergunta, um deles, é o fato de a estatística ter interdisciplinaridade, ela pertenceria a todas as disciplinas e então nenhuma se sentia á vontade para abrigá-la consigo, pois no ensino fragmentado e tradicional, não havia espaço para a interdisciplinaridade, e então, ela acabou sendo esquecida. Outro ponto é o fato de ela ter sido incluída quase sempre em programas de matemática, por conta de sua natureza quantitativa, o que resultou numa abordagem totalmente teórica, com o foco em Análise Combinatória.

Como dito a interdisciplinaridade do assunto inicialmente já tem um tratamento equivocado visto que esta matéria tão somente é tratada na disciplina de matemática, onde poderia facilmente ser aplicado aos conteúdos de ciências, por exemplo. Onde de acordo com “A aprendizagem no ambiente escolar deve permitir que o aluno compreenda o assunto por meio de exemplos ligados ao seu cotidiano para que, posteriormente, ele seja capaz de resolver problemas mais complexos.” (NOVA ESCOLA, 2013)

As metas de ensino fundamental tem como exemplos objetivos que torna pertinente a pesquisa de como podemos mudar a realidade das aulas, vista que tais metas provavelmente não serão alcanças continuando a realidade de sala como está, basta ver os últimos resultados dos exames nacionais e internacionais avaliando o sistema de educação brasileira.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS) existem objetivos que os alunos ao concluírem o ensino fundamental devem alcançar. Alguns destes são:

1. Utilizar diferentes linguagens para produzir, expressar e comunicar ideias, bem como interpretar e usufruir das produções culturais disponíveis;
2. Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimento;
3. Questionar a realidade, desenvolvendo a capacidade de análise crítica;
4. Realizar projetos interdisciplinares, sob orientação adequada, sendo capaz de quantificar os aspectos envolvidos e de usar os procedimentos adequados para uma análise.

Desta forma, a estatística se aplica para tais condições com total relevância e significância, porém este conteúdo é ensinado simplesmente com a apresentação de fórmulas e memorização das mesmas, não despertando a análise crítica do aluno sobre os dados estudados. Sendo assim, fazendo o uso de oficinas em sala, acredita-se que os objetivos do PCN serão mais bem trabalhados em sala pelos docentes, causando impacto positivo aos discentes.

A realização de oficina tem o aspecto metodológico de unir a teoria e prática, valorizando assim a *Práxis*, com esse respeito, é preciso considerar que:

A oficina, no sentido que se quer atribuir, pode representar um local de trabalho em que se buscam soluções para um problema a partir dos conhecimentos práticos e teóricos. Tem-se um problema a resolver que requer competências, o emprego de ferramentas adequadas e, às vezes, de improvisações, pensadas na base de um conhecimento. Requer trabalho em equipe, ação e reflexão: (MARCONDES, 2008, p.68)

O QUE SERIA “ESTIMAR”?

Estimar é opinar a respeito de algo de que não se tem certeza. Por exemplo, estimar a quantidade de pessoas que há numa fila, estimar o preço de uma roupa, estimar o resultado de uma conta, antes de executá-la.

Em Estatística há alguns procedimentos que permitem estimar o tamanho de populações. Por exemplo: quantos peixes há na Barragem do Bezerra, em José de Freitas? Ou no Dique do Tororó em Salvador? Ou no Lago do Ibirapuera?

Já no século XVIII Laplace procurou desenvolver metodologia para estimar o tamanho de populações. Provavelmente Petersen foi o primeiro que no final do século XIX, querendo estimar o número de peixes do Mar Báltico, desenvolveu o método que iremos analisar nesta Atividade.

Este aspecto do conhecimento estatístico é fundamental para a compreensão do entendimento de inferir, retirar resultados de uma parcela pesquisada e poder fazer análise sobre o grupo completo onde se pesquisa como pode ser visto em “processo de decisão que permite **estimar** características populacionais a partir de indivíduos amostrados da população.” (RANIERE RAMOS, 2016). Ou seja mostra ao aluno a capacidade de analisar partes de um conjunto para obter informações do mesmo e não necessariamente o conjunto todo, como é o caso da oficina que faz análise de parte de conjunto para poder determinar o número total de indivíduos sem haver necessidade de contá-los cada um.

Oficina de Estimativa

O estudo de estimativa é feito com uma urna e objetos que podem ser marcados, utilizando o modelo de Laplace, desenvolvido no sec. XVIII, que pode ser consultado em FERREIRA (2012). Para solucionar o problema, quantos objeto (a escolha), foi colocado dentro da urna? Se for um punhado de anéis de latinha de refrigerante, por exemplo, não tem como ao certo saber a quantidade, no máximo os alunos vão estimar a quantidade, podendo estar até certo, toda via este valor é uma possibilidade, explica-se o modelo de Laplace, que leva em consideração a proporção entre as razões: o número de elementos totais desconhecidos (N), para o número de elementos marcados (n), feito uma retirada inicial para marcar tais elementos, após feito sua reposição, com uma nova razão que é feito com uma nova retirada, onde (n) é o total desta amostra e n_1 é o número de elementos marcados retirados nesta primeira contagem. Onde,

$$\frac{n}{N} = \frac{n_1}{n}$$

E este processo pode ser repetido indefinidamente, será constatado que quanto maior o número da amostra mais próximo do valor real a estimativa vai ser.

Sistematizando a Oficina de Estimativa:

- Será apresentada ao grupo uma população de “peixes” (em cartões, fichas ou bolinhas) para que a quantidade seja estimada.
- Cada aluno retira do pacote um elemento e fica com ele por enquanto.
- Isto significa que a classe retirou uma amostra da população.

- Cada aluno faça uma marca no seu elemento (seria como marcar um peixe).
- Esta técnica está no estágio da CAPTURA.
- Devolver para a caixa as peças marcadas.
- Depois de suficientemente misturadas às demais, retirar, novamente, uma peça do pacote de modo aleatório.
- Isto significa que temos uma nova amostra, provavelmente com alguns marcados e outros não marcados, independente da primeira dada a aleatoriedade.
- Aqui podemos dizer que estamos na fase de RECAPTURA.
- É registrado o número de elementos marcados. Com isso, pode ser feito a razão entre o número de marcados e o número de elementos retirados.
- Esta razão dará a frequência relativa amostral de marcados.
- Frequência relativa amostral x Frequência relativa populacional.
- Se possível, seria interessante repetir o procedimento mais vezes (repetindo a recaptura).
- Repetir em diferentes tamanhos de amostra pode mostrar a importância do tamanho da amostra na “variabilidade” da estimativa.
- Por fim, é feita a contagem dos elementos da população e verifica-se que essa se aproxima da estimativa.

A estimativa de um parâmetro populacional a partir de uma amostra sempre está sujeita a uma margem de erro, e à medida que aumentarmos o tamanho da amostra, o erro diminui o que faz com que a aproximação seja melhor.

Experiência em Sala

Realizou-se esta oficina algumas vezes, o material usado foram anéis de latinhas, pelo fato de poder marcar estes com os pincel e depois apagar, ser um material fácil de obter e transportar; a urna é uma caixa de sapato acoplado na abertura um tubo de TNT(preto) maleável, para que não possa ser visto o objeto retirado de dentro e respeitar a aleatoriedade da escolha em cada recaptura pois o erro citado que vai acontecer tende a diminuir sempre que vai sendo feito um novo procedimento de escolha ao por e retirar os objetos.

Na experiência ocorrida a quantidade de anéis de latinhas contados um a um, utilizados era de 731 anéis, ao decorrer o processo, na maioria das realizações de recaptura e cálculo de estimativa, o valor ficava estável com a contagem da população com 729 anéis, onde a verificação da proximidade dos valores colhidos na contagem real e na estimativa feita pelo método sempre impactou muito os alunos ao perceberem quanto a resposta estava próxima da realidade mesmo que ainda não tivéssemos contado cada um dos anéis.

A construção em conjunto deste resultado foi benéfico, por atrair a atenção e interesse dos discentes em todas as vezes e em todas as turmas em que foi realizado esta oficina.

PROBABILIDADE

O estudo prático de probabilidade é feito com objetos simples, uma moeda e uma planilha de análise, onde deve ser verificado se ao lançar a moeda, esta

fica com que face voltada para cima (cara ou coroa), para responder a pergunta, sua moeda é honesta? Tendo em vista que já foi trabalhado pelo professor conteúdos como probabilidade simples e eventos equiprováveis, esta oficina tem o objetivo de apresentar de forma construtiva e participativa, o resultado simples e conhecido de que uma moeda honesta tem 50% de chance de ficar com a face superior cara e 50% coroa ao ser lançada.

A importância do estudo de probabilidade é da prática e vivência humana, está no cotidiano do ser, perceber-se isso em:

Usamos diariamente o cálculo de probabilidades de uma forma intuitiva, ao acordarmos olhamos o tempo, sentimos a temperatura, ouvimos e consultamos a internet sobre a previsão do tempo em determinado dia a partir daí escolheremos a roupa que vamos usar, se levaremos guarda-chuva ou não. (COLUNISTA PORTAL - EDUCAÇÃO)

Desta forma é uma excelente oportunidade do conteúdo ser trabalhado, visto que tem aplicação real na vida do alunado, sendo assim uma forma de responder parcialmente uma pergunta “comum” que estes fazem aos seus professores, pra que temos que estudar matemática? Em assuntos que pode ser feita uma aproximação do dia a dia dos alunos, esta tem que ser valorizada, a fim de atrair a atenção e curiosidade dos mesmos, podendo assim causar impacto positivo neste conteúdo e possivelmente em outros.

Oficina de Probabilidade

Utilizando uma moeda comum (preferência a de R\$1,00 pelo tamanho), separar a turma em duplas para que um aluno fique responsável pelo lançamento da moeda e outro o preenchimento da planilha, estas funções vão ser alternadas em determinado momento (metade de número de verificações) com o intuito de não acreditar que o experimento está sendo manipulado pela “forma de lançar” a moeda por um dos membros da equipe.

PLANILHA EXERCÍCIO																	
1) Jogada(n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	17	20	25	30	
2) C ou C'																	
3) 1 ou 0																	
4) Caras acumuladas(m)																	
5) Frequência relativa(m/n)											X	X	X	X	X	X	
											X	X	X	X	X	X	
1) Jogada(n)	31	32	33							40				47	50	55	60
2) C ou C'																	
3) 1 ou 0																	
4) Caras acumuladas(m)																	
5) Frequência relativa(m/n)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Figura 1 – Planilha de dados para o estudo de probabilidade.

Chamem o valor numérico da moeda de COROA (\bar{C}) e a outra face de CARA(C), ao final do preenchimento da planilha, onde a moeda é jogada por um dos alunos e verificado e anotado se o resultado da face virada para cima é CARA ou COROA, ao concluir os 30 primeiros lançamentos não se esquecer de alterar as funções dos alunos e após, com a planilha preenchida, deve ser construindo um gráfico dos valores, realizando a análise destes para poder ser verificado se a moeda em questão é honesta.

Sistematizando a Oficina de Probabilidade:

- Jogar a moeda uma vez e anotar C ou \bar{C} no espaço adequado (primeira linha da planilha);
- Repetir este procedimento 60 vezes. Troque de tarefa com o parceiro após os 30 primeiros lançamentos;
- Depois de registrar todos os lançamentos como C ou \bar{C} , chamar CARA de 1, COROA de 0 e colocar esses valores na planilha, abaixo de cada resultado já obtido. Cada membro deverá fazer sua parte (segunda linha da planilha);
- Preencher com o número de CARAS acumuladas no decorrer dos lançamentos. (Discutir com os colegas e professor)
- Na última linha: colocar a frequência relativa de CARAS na forma decimal em cada momento (onde estiver riscado não é necessário preencher, só nos momentos em branco);
- Fazer um gráfico utilizando os valores da planilha;
- Analisar o gráfico.
- Apresentar solução dos problemas até o determinado momento.

Experiência em Sala

Ao construir o gráfico dos dados, o resultado esperado é que as imagens da função fiquem cada vez mais próximas de 0,5; caso a moeda seja honesta. Sendo assim os alunos tem a possibilidade de verificar a obtenção deste resultado não de forma pronta, e sim como um resultado que pode ser obtido da observação e verificação, causando percepções sobre o aspecto interpretativo da probabilidade e não determinístico, em todas as turmas que esta oficina foi aplicada, houve sempre interesse por um grande número de discentes, e como professor é mais uma oportunidade de apresentar a estatística como uma parte da matemática que não deve ser vista como fórmulas e respostas, sem contextos que simplesmente devem ser decoradas. Posteriormente, segue um exemplo de resultado obtido ao realizar a oficina.

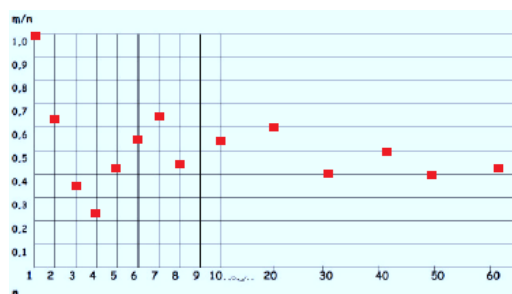


Figura 2 – Exemplo de uma possível distribuição gráfica dos dados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sendo apresentados os problemas práticos, espera-se um impacto positivo em relação ao ensino de estatística no ensino médio, pois se acredita que a união de teoria e prática pode facilitar o trabalho do docente e que os discentes possam perceber a aplicabilidade dos assuntos estudados em sala, já que aspectos do cotidiano podem ser abordados neste tópico. Espera-se que estas exemplificações de possibilidade do ensino de estatística sirvam como fonte inspiradora para que os demais docentes possam criar estratégias com assuntos de estatística e/ou outros de matemática.

Uma das principais críticas que se deve fazer é o desejo de mudança na forma atual de ensino, visto que na maioria dos casos não se mostra diferente do tradicional; ressalta-se que a educação tradicional tem seu lugar e efeitos para o ensino, mas sendo a única forma de trabalhar, não será capaz de contribuir de maneira necessária para melhoria do ensino e da prática dos professores.

Uma excelente possibilidade para futuros estudos seria a aplicação destas oficinas em diversificadas realidades de ensino ou a criação de outras propostas de como se podem trabalhar outros assuntos por esta dinâmica, trazendo a prática para o ensino dentro daqueles tópicos que esta realidade permite.

REFERÊNCIAS

COLONISTA PORTAL – EDUCAÇÃO. Disponível em <<https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/administracao/introducao-e-importancia-de-probabilidades/30524>>, Acesso em: 31 mai. 2018.

FERRAZ, Valmária Rocha da Silva; et al, **Metodologias de Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Médio**, Teresina – PI, 2017.

FERREIRA, Eric batista; et al. **Estimação do tamanho de população em um cultivo de tilápia (*Oreochromis niloticus*) via captura marcação recaptura**, Revista da Universidade Vale do Rio Verde, Três Corações, v. 10, n. 1, p. 246-254, 2012.

GIL. Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MARCONDES, Maria Eunice Riberio. **Proposições metodológicas para o ensino de Química: oficinas temáticas para a aprendizagem da ciência e o desenvolvimento da cidadania**. Em Extensão, v. 7, n. 1, 2008.

NOVA ESCOLA, Disponível em <<https://novaescola.org.br/conteudo/2197/estrategias-didaticas-para-o-ensino-da-matematica>>, Acesso em: 31 de maio de 2018.

PCNS, Parâmetros Curriculares Nacionais, Disponível em <<https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>, Acesso em: 31 mai. 2018

RAMOS, Raniere. O Estatístico Disponível em <<https://oestatistico.com.br/estimativa-e-estimador/>> , Acesso em: 14 jun. 2018.