

O Jogo físico e digital "Trilha do Resto" na compreensão dos Critérios de Divisibilidade sob a ótica de licenciandos(as) em Matemática

Suelaine dos Santos Montalvão

Dênisson Bispo dos Santos

Universidade Federal de Sergipe (UFS). Graduando em Licenciatura em Matemática. https://orcid.org/0009-0005-7222-2205. Denissonb@academico.ufs.br .

Érica Santana Silveira Nery

Universidade Federal de Sergipe (UFS). Doutora em Educação Matemática. https://orcid.org/0000-0002-0571-1560 . erica.nery@academico.ufs.br .

Resumo: O objetivo deste estudo é investigar como licenciandos(as) em Matemática formalizam os Critérios de Divisibilidade dos números Naturais por 2, 3, 5, 7, 9 e 11, com a mediação de um recurso lúdico. Para isto, nos fundamentamos em uma abordagem qualitativa de pesquisa. Em relação aos instrumentos para a coleta dos dados, foram utilizados um questionário com perguntas abertas e fechadas, bem como observações das ações dos licenciandos(as) no decorrer da vivência da oficina intitulada "O jogo físico e digital 'Trilha do Resto' e a institucionalização do conceito dos múltiplos e divisores de um número natural". Esta oficina ocorreu em uma Universidade Pública Federal e foi dividida em dois momentos distintos: no primeiro momento contamos com a vivência do jogo digital e no segundo momento do jogo físico, bem como o processo de institucionalização dos Critérios de Divisibilidade. Para realizarmos a análise dos resultados, foi feita uma formalização do conceito de múltiplos e divisores de um número natural e aprofundamos na definição dos Critérios de Divisibilidade por 2, 3, 5, 7 e 9. Os resultados indicaram que os licenciandos(as) ao refletirem sobre os Critérios de Divisibilidade a partir de um recurso lúdico os associaram a forma como este é apresentado na Educação Básica, não vinculando-o a forma como este é tratado no contexto da Teoria dos Números no Ensino Superior. Além disso, puderam refletir também sobre a necessidade de diversificação de abordagens metodológicas na Educação Básica e sobre o uso do lúdico no ensino da Matemática.

Palavras-chave: Critérios de Divisibilidade. Ludicidade. Jogo físico. Jogo Digital.

The physical and digital game "Trilha do Resto" in understanding the Divisibility Criteria from the perspective of undergraduate Mathematics students

Abstract: The objective of this study is to investigate how undergraduate Mathematics students formalize the Divisibility Rules for Natural numbers by 2, 3, 5, 7, 9 and 11, with the mediation of a playful resource. To do this, we are based on a qualitative research approach. Regarding the instruments for data collection, a questionnaire with open and closed questions was used, as well as observation of the students' actions during the experience of the mini-course entitled "The physical and digital game 'Rest Trail' and the institutionalization of the concept of multiples and divisors of a natural number". This mini-course took place at a Federal Public University and was divided into two distinct moments: in the first moment we addressed the digital game and in the second moment the physical game, as well as the process of institutionalizing the divisibility rules. To analyze the results,



the concept of multiples and divisors of a natural number was formalization and we delved deeper into the definition of the divisibility rules by 2, 3, 5, 7 and 9. The results demonstrated that the students, when reflecting on the Divisibility Rules from a playful resource, associated them with the way it is presented in Basic Education, not linking it to the way it is treated in the context of Number Theory in Higher Education. Furthermore, they were also able to reflect on the need to diversify methodological approaches in Basic Education and on the use of play in teaching Mathematics.

Keywords: Divisibility Rules. Playfulness. Physical Game. Digital Game.

Introdução

A gênese do presente relato de experiência surgiu após ministrarmos uma oficina intitulada "O jogo físico e digital 'Trilha do Resto' e a institucionalização do conceito dos múltiplos e divisores de um número natural", em uma universidade pública federal junto a licenciandos e professores que ensinam Matemática.

Neste contexto, acreditamos que a utilização de recursos lúdicos, tais como jogos, pode vir a contribuir com os processos de ensino e aprendizagem dos Critérios de Divisibilidade. A princípio, podemos pensar que uma primeira aproximação entre os jogos e a matemática, encontra-se centrada no fato de que o jogo é utilizado para a produção, validação ou aplicação de saberes matemáticos (MUNIZ, 2010), no entanto, os jogos vão além eles podem permitir a construção de novos conhecimentos, bem como a ressignificação de conceitos e a superação de erros. Assim, conforme os objetivos dos jogos na matemática, estes podem auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem desta área, bem como contribuir com o desenvolvimento do senso crítico e criativo dos estudantes.

Ademais, quando falamos em vivências lúdicas ou ludicidade, a primeira imagem que vem na nossa mente está relacionada com brincadeiras e jogos, mas a ludicidade surge do interior do ser humano e de tudo aquilo que pode advir de uma atividade que o deixe entusiasmado e com brilho nos olhos, atividade esta que pode ser um jogo (HUIZINGA, 2017). De acordo com isto, os jogos estão interligados com a ludicidade, pois o jogo pode contribuir com o desenvolvimento do sujeito e com a construção de novos conhecimentos matemáticos. Além disso, a ludicidade está cada vez mais presente na Educação Matemática e tem contribuído com o desenvolvimento de práticas de ensino que podem favorecer a construção de saberes matemáticos.



Dentre os conhecimentos que os jogos podem trazer contribuições destacamos os Critérios de Divisibilidade, tendo em vista a necessidade de superarmos práticas de ensino tradicionais e descontextualizadas, com ênfase em técnicas e regras descontextualizadas nas quais os estudantes decoram "macetes" e não aprendem os conhecimentos matemáticos que sustentam cada um dos critérios existentes, tais como: conhecimentos prévios das quatro operações básicas; conceito de Números primos; Múltiplo e Divisor de um número.

Vale destacar que os Critérios de Divisibilidade envolvem conhecimentos aritméticos e algébricos que são trabalhados tanto na Educação Básica, isto no 6° ano do Ensino Fundamental, quanto no Ensino Superior no estudo de congruência numérica. Assim, esse conceito envolve regras de divisibilidade que usamos para verificar se um número é divisível por outro. Assim, o processo de internalização desse conceito se revela desafiador, muitos enfrentam dificuldades em assimilar esse conceito. Com isto, surgiu a nossa questão de estudo, a saber: as nossas indagações em saber quais as contribuições que um recurso lúdico pode propiciar para que os(as) licenciandos(as) em Matemática e professores que ensinam Matemática possam formalizar os Critérios de Divisibilidade dos números Naturais por 2, 3, 5, 7, 9 e 11?

Perante isto, temos por objetivo investigar como licenciandos(as) em Matemática e professores que ensinam Matemática formalizam os Critérios de Divisibilidade dos números Naturais por 2, 3, 5, 7, 9 e 11, com a mediação de um recurso lúdico/jogo. Para tanto, organizamos o presente texto em quatro seções, além da presente introdução, sendo que: na primeira seção apresentaremos os fundamentos teóricos que alicerçam as nossas discussões; na seção seguinte, citamos as nossas opções metodológicas; em seguida, exibimos as nossas análises referentes aos dados que foram coletados e organizados a partir de uma vivência do jogo físico e digital "Trilha do Resto"; por fim, descrevemos as nossas considerações finais.

Referencial Teórico

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os Critérios de Divisibilidade, constitui-se em um Objeto de Conhecimento orientado para ser trabalhado com os estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental, com o intuito de que desenvolvam a habilidade de:



EF06MA05- Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000 (BRASIL, 2018, p. 301).

Diante do exposto, espera-se que os alunos entendam os Critérios de Divisibilidade para que possam a partir de investigações resolver situações problemas, sejam internas à Matemática ou do contexto social, as quais possam envolver as noções de múltiplo, divisor e fator de um número, para além disso, que estes conhecimentos possam contribuir para desenvolver o senso crítico e participativo dos alunos na sociedade e no meio em que vivem.

Para além disso, acreditamos que a ludicidade pode contribuir com o desenvolvimento desta habilidade, tendo em vista que segundo Dallabona e Mendes (2004) ao falarmos em ludicidade e, mais especificamente, ao centrarmos nossos olhares para expressões lúdicas como jogos e brincadeiras – atividades que fazem parte de todas as fases da vida do ser humano, ou seja, estamos abordados ações e atividades que são inerentes aos seres humanos, tanto que Huizinga (2017) nomeia a espécie homo sapiens como sendo homo ludens, constituindo-se em uma atividade que não se restringe a uma idade específica, mas que permeia as diversas fases do ser humano e, no contexto histórico, permeou diversos acontecimentos tornando-se assim, essencial para a sua evolução.

Ademais, o uso dos jogos pode contribuir para a aprendizagem dos Critérios de Divisibilidade e com o desenvolvimento de uma postura mais ativa e participativa dos estudantes, na medida em que corroboramos com Borin (2002, p. 9) que ao inserir os jogos como metodologia de ensino da matemática é possível "diminuir os bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la". Neste contexto, o uso de jogos pode constituir-se em um recurso didático cujo objetivo é possibilitar situações motivadoras, instigantes e facilitadoras da aprendizagem, que pode vir a despertar um maior interesse dos alunos pelas atividades desenvolvidas na sala de aula.

Além disso, ao falarmos sobre o uso de jogos é possível realizarmos uma comparação entre o real e o imaginário, o homo sapiens, que sabe e raciocina, também é o homem que brinca, isto é, o homo ludens (HUIZINGA, 2017), para além disso, constitui-se também o homo faber, que fabrica objetos. Destarte, o lúdico está em todas as atividades que despertam



prazer, alegria, entusiasmo, entre outras, mas vale destacar que nem tudo que o diverte é algo não sério, ou seja, o jogo é algo sério (HUIZINGA, 2008, p. 7).

Assim, os jogos físicos, podem despertar o caráter de ficção no sentido de fantasia criativa, imaginação e pode vir a contribuir com a participação dos alunos. Já com relação aos jogos digitais, Prensky (2021) comenta que a aprendizagem baseada neste tipo de material digital pode desempenhar um papel importante na interiorização de conteúdos, propiciando maior envolvimento no processo de ensino-aprendizagem e na construção de novos conhecimentos. Portanto, o jogo digital pode inserir os alunos diretamente no mundo da tecnologia e proporcionar uma maior fluência de pensamento crítico, criativo e do raciocínio lógico-dedutivo.

Metodologia

O presente estudo fundamenta-se em uma abordagem qualitativa de pesquisa, a qual permite compreender a complexidade e os detalhes das informações obtidas. Segundo Bardin (2011, p. 115), a pesquisa qualitativa é "[...] um procedimento mais intuitivo, mas também mais maleável e mais adaptável, a índices não previstos, ou à evolução das hipóteses". Assim, na pesquisa qualitativa o pesquisador pode a partir do seu objetivo e do método de coleta dos dados realizar uma interpretação, pautada nos aspectos identificados no estudo os quais podem não ter sido previstos e/ou controlados no momento da realização do mesmo, para além disso, o pesquisador conta ainda com suas experiências e vivências anteriores.

Em relação aos instrumentos de coleta dos dados da pesquisa, foram utilizados um questionário com 9 perguntas, bem como da observação das ações de licenciandos no decorrer da vivência da oficina intitulada "O jogo físico e digital 'Trilha do Resto' e a institucionalização do conceito dos múltiplos e divisores de um número natural".

Segundo Severino (2013, p. 27), o "questionário é conjunto de questões, sistematicamente articuladas, que se destinam a levantar informações escritas, por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo", isto é, as questões ajudam a direcionar o pesquisador aos seus principais objetivos e explorar o tema com as respostas dadas pelos participantes, em que eles têm a oportunidade de expressar suas opiniões e aprendizados. No que se refere à observação, realizamos uma observação participante levando-se em consideração que uma das suas vantagens está interligada com a



possibilidade de se obter informações no acontecimento espontâneo dos fatos, não tratando apenas de ver, mas também de averiguar os dados. Como aborda Severino (2013, p. 17), "a observação é todo procedimento que permite acesso aos fenômenos estudados. É uma etapa imprescindível em qualquer tipo ou modalidade de pesquisa", ou seja, ela desempenha papel indispensável no processo de pesquisa.

O desenvolvimento deste estudo ocorreu em cinco fases distintas: na primeira foi realizado um estudo sobre aspectos teóricos que se entrelaçam com as temáticas do nosso estudo; na continuidade, realizamos uma pesquisa sobre alguns tipos de jogos digitais existentes que abordassem os Critérios de Divisibilidade; como terceira fase, realizamos a elaboração do jogo físico que intitulamos "trilha da divisibilidade" por meio de tabuleiro, dados e regras; como quarta etapa, realizamos a aplicação do jogo físico e digital, em dois dias, com uma duração de 2 horas cada dia, tendo em ambos os dias 8 licenciandos em Matemática, sendo que neste momento de experimentação aplicamos um questionário, com duas partes, sendo que a primeira contou com 4 questões relacionadas ao jogo digital que foi aplicada no primeiro dia e a segunda parte com 9 questões, referentes ao jogo físico que foi realizada no segundo dia. Cujo o objetivo do questionário foi sistematizar as aprendizagens que foram desencadeadas no decorrer da vivência do jogo que aborda os Critérios de Divisibilidade. Assim, as nossas análises neste estudo, estarão centradas na segunda parte do questionário.

O jogo digital intitulado "Trilha dos Restos Digital" foi desenvolvido por pesquisadores do projeto "Jogos & Matemática". Esse jogo pode ser executado individualmente ou em dupla, é composto por um tabuleiro com 30 casas incluindo o início, "tchau zero" e o fim, além de um dado e um campo de entrada para colocar as respostas das divisões através do número que está na casa e o número que aparece na face do dado. O jogo ocorreu no laboratório de informática de uma universidade pública. A aplicação do jogo foi de início, individual para que todos pudessem conhecer o jogo e, assim, posteriormente executálo em dupla.

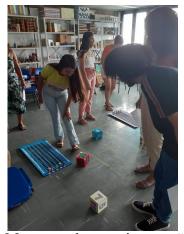
Já o jogo físico denominado "Trilha da divisibilidade", consiste em um tabuleiro com 5 colunas e 25 linhas numeradas de 1 a 23, com início e fim, cada coluna correspondendo a um jogador representado por um pino, conforme pode ser observado na Figura 1 (a), para o



qual os 12 estudantes foram organizados em 3 grupos sendo dois de 5 e um de 2 jogadores, conforme Figura 1 (b), sendo utilizado 3 tabuleiros, dispostos no chão e em cada um deles foi determinado um vencedor que jogou ao final com os demais vencedores, determinando-se assim um único vencedor da oficina.

Figura 1 - Vivência do jogo "Trilha da divisibilidade".





(a) Tabuleiro do jogo

b) Momento de experimentação das equipes

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A cada rodada, três dados não viciados eram lançados: sendo um com números ímpares (1, 3, 5, 7, 9 e 11); outro com números pares (2, 4, 6, 8, 10 e 12), com os quais os jogadores deveriam determinar o produto da multiplicação dos valores obtidos após saber o resultado da multiplicação, lançava-se o terceiro dado contendo os seguintes números em suas faces 1, 2, 3, 5, 7 e 9, neste momento, o jogador deveria realizar a divisão do resultado encontrado na multiplicação pelo número definido na fase deste terceiro dado. O jogador que obtivesse o resto em sua divisão e este fosse diferente de zero, deveria avançar a quantidade de casas determinada por este resto, sendo que se a divisão fosse exata o jogador não andaria nenhuma casa. Venceria o jogo aquele que primeiro ultrapassar a última linha (casa 23). Na continuidade apresentaremos as nossas análises da experimentação do jogo digital e físico que foram supracitados.

Análise dos dados

Após a vivência do jogo digital, entregamos a Parte 1 do questionário, na qual constam 4 perguntas sobre o presente jogo para que os licenciandos(as) realizassem em dupla, porém



os participantes entusiasmados eufóricos ao jogar com sua dupla e obter um ganhador, criaram uma outra rodada para assim, os ganhadores jogassem com os ganhadores e mostrarem que não era sorte ganhar, mas sim, conhecimento do assunto múltiplos.

Na continuidade, realizamos uma discussão da atividade (parte 1) para sabermos como eles fizeram para chegar em determinada casa do tabuleiro, "se iniciando da primeira casa (27) e a face do dado caísse o número 5 isso permitia a maior movimentação do peão (participante)?", "se além da casa do 'tchau zero' o peão poderia ficar parado?" "e, ao cair na casa 'tchau zero' existe a possibilidade de sair?". Tais questionamentos propiciaram discussões enriquecendo com troca de conhecimento e saberes. Posterior a discussão passamos para a Parte 2, na qual disponibilizamos um questionário com 9 perguntas sobre os Critérios de Divisibilidade, essas perguntas causaram discussões que serão abordadas no segundo momento antes de aplicarmos o jogo físico.

Ao saber disso, usamos como forma de análise as observações e conclusões que foram socializadas pelos estudantes no momento das discussões e comparamos suas constatações com conteúdos presentes em livros didáticos da Educação Básica, a saber: Matemática: ideias e desafios (MORI, 2015) e Praticando Matemática (ANDRINI; VASCONCELOS, 2012).

As primeiras perguntas (1 e 2) abordaram sobre o Critério de Divisibilidade por dois. Todos os estudantes na oficina responderam se os números fornecidos eram divisíveis por dois e qual a característica que um número necessitava ter para ser divisível por dois. A análise dos resultados permitiu observarmos que a maioria dos estudantes conseguiu produzir conclusões válidas. Ao comparar as conclusões com os livros didáticos, percebemos que a maior parte dos alunos caracterizou a condição como "ser um número par", de acordo com Andini e Vasconcelos (2012, p.89) "Todo número par é divisível por 2". Com isto, vale destacar que os licenciandos, utilizaram uma linguagem matemática que encontra respaldo no contexto do ensino básico, contudo, por estarem cursando licenciatura em Matemática também poderiam apresentar conhecimentos e sistematizações de aprendizagens adquiridas em disciplinas que abordam conteúdos de Teoria dos Números.

As questões 3, 4, 5, 8 e 9 foram relacionadas aos Critérios de Divisibilidade por 3, 7 e 9, solicitamos que eles verificassem se os números dados eram divisíveis por 3, 7 e 9 e destacassem qual deveria ser a característica de um número qualquer para que ele fosse



divisível por 3, 7 e 9. Ao comparar as conclusões, destacamos a conclusão do aluno A3 "A soma de todos os algarismos é divisível por 3", "Deve ser múltiplo de 7" e "A soma dos algarismos deve ser divisível por nove (nem todo nº divisível por 3 é divisível por 9. Mas todo divisor de 9 é também divisor de 3)". Inferimos que o aluno A3, também apresentou uma observação atrelada aos conhecimentos presentes na Educação Básica.

As questões (6 e 7), foram relacionadas ao Critério de Divisibilidade por 5. Ao comparar as conclusões com os livros didáticos, percebemos que a maior parte dos alunos caracterizou como "se termina em zero ou cinco", conforme Mori (2015, p. 114) "Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em zero ou em cinco", sendo assim, essa resposta também encontra fundamentos nas aprendizagens construídas ao longo da Educação Básica.

Vale destacar que os Critérios de Divisibilidade contribuem para a identificação de números que podem ser divididos por outros sem a execução do algoritmo da divisão. Ademais, este conceito possui alicerce em conhecimentos algébricos, tais como, Congruência, a qual permite demonstrar todos os Critérios de Divisibilidade. O conteúdo de Congruência compõe um dos conceitos das ementas dos cursos de Álgebra para a formação de professores de Matemática, por este motivo, destacamos ao longo das nossas análises a referência que os licenciandos estavam tomando em suas justificativas, sendo que todos centraram os seus olhares em aprendizagens construídas ao longo da Educação Básica, não havendo menções aos conhecimentos de Congruência ou a aspectos atinentes a demonstração algébrica do critério.

Considerações finais

O presente relato destacou aspectos ligados ao uso de um recurso lúdico, o jogo físico e digital "Trilha do Resto", que possibilita o estudo dos Critérios de Divisibilidade, tendo como lócus uma oficina realizada junto a futuros professores de Matemática desenvolvida em uma universidade pública, a qual permitiu inquerir que os jogos possibilitam a validação, a ampliação e/ou a ressignificação de conceitos matemáticos. Isto pelo fato de que no contexto de um jogo, os jogadores podem não estar tão preocupados em aprender um conteúdo matemático, mas sim, em vencer o jogo e envolver-se no espírito lúdico emanado por ele.

Tendo por problemática quais as contribuições que um recurso lúdico/jogo pode propiciar para que os(as) licenciandos(as) em Matemática possam formalizar os



Critérios de Divisibilidade dos números Naturais por 2, 3, 5, 7, 9 e 11? Podemos responder tal questionamento em duas perspectivas: em primeiro lugar os resultados indicaram que foi possível produzir conclusões válidas sobre os Critérios de Divisibilidade fazendo a comparação com o resultado constante dos livros didáticos Matemática: ideias e desafios (MORI, 2015) e Praticando Matemática (ANDRINI; VASCONCELOS, 2012). Em segundo lugar, as conclusões obtidas, nos permitem inferir que estes jogos podem ser utilizados na Educação Básica e que a linguagem matemática presente no jogo e nas indagações realizadas no questionário poderão contribuir para que os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental possam formalizar os Critérios de Divisibilidade.

Ademais, faz-se necessário o desenvolvimento de novos estudos utilizando ferramentas tanto digitais quanto físicas, no contexto dos recursos didáticos lúdicos, para propiciar que os(as) licenciandos(as) em Matemática possam conhecer, refletir e discutir sobre a utilização do lúdico nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática. Para além disso, é importante voltarmos o nosso olhar para as plataformas digitais destinadas à educação, no sentindo de ampliarmos a quantidade de materiais didáticos de qualidade nos meios digitais, visto que, tivemos dificuldades para conseguir selecionar/encontrar algum jogo voltado ao ensino dos Critérios de Divisibilidade que tivesse tanto o caráter lúdico quanto didático e pudesse ser utilizado por estudantes do Ensino Superior.

Referências

MUNIZ, Cristiano Alberto. *Brincar e jogar*: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática - Ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DALLABONA, Sandra Regina; MENDES, Sueli Maria Schimit. O lúdico na educação infantil: jogar, brincar, uma forma de educar. *Revista de divulgação técnico científica do ICPG*, v. 1, n. 4, p. 107 – 112, 2004.

BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas*: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo, SP: IME-USP, 2004. 100 p.

HUIZINGA, Johan. Natureza e Significado do Jogo. In: HUIZINGA, Johan. *Homo ludens*: O jogo como elemento da cultura. São Paulo: Perspectiva, 2017, p. 5-31

PRENSKY, Marc. Aprendizagem baseada em jogos digitais. Brasil: Editora Senac São Paulo, 2021.



BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70 Ltda, 2011.

SEVERINO, Antônio Joaquim. *Metodologia do Trabalho Científico*. 1 Ed. São Paulo: Editora Cortez, 2013, p. 17.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELOS, Maria José. *Praticando Matemática*. 3 ed. Renovada, São Paulo: editora do Brasil, 2012.

MORI, Iracema. *Matemática*: Ideias e desafios, 18ª ed- São Paulo: Saraiva. 2015.