

REDES COMPLEXAS: ASPECTOS BÁSICOS, IMPORTÂNCIA E POSSÍVEIS APLICAÇÕES

COMPLEX NETWORKS: BASIC ASPECTS, IMPORTANCE AND POSSIBLE APPLICATIONS

REDES COMPLEJAS: ASPECTOS BÁSICOS, IMPORTANCIA Y POSIBLES APLICACIONES

Recebido em: 07/10/2023. Aprovado em:08/01/2024

*Tandara Oliveira Benevides Silva¹
Eslaine Santos e Santos,²*

RESUMO:A abordagem de redes complexas apresenta um caráter multidisciplinar e consiste em uma ferramenta para a representar sistemas complexos. Na natureza, é possível visualizar tais sistemas em diversas áreas, como saúde, sociedade e epidemiologia. Este artigo teve como objetivo apresentar aspectos básicos da teoria de redes complexas, além da sua aplicabilidade e relevância para diferentes áreas. Ademais, destacamos a importância das interações e sua dinâmica para a sociedade humana, e como isto deve ser considerado na elaboração de políticas públicas.

Palavras-chave: Sistemas Complexos, Redes, Redes complexas.

ABSTRACT: The complex networks approach has a multidisciplinary character and serves as a tool for representing complex systems. In nature, such systems can be observed in various areas, such as health, society, and epidemiology. This article aimed to present the basic aspects of complex network theory, as well as its applicability and relevance to different fields. Furthermore, we emphasize the importance of interactions and their dynamics for human society, and how this should be considered in the formulation of public policies.

Keywords: Complex Systems, Networks, Complex Networks.

RESUMEN: El enfoque de redes complejas tiene un carácter multidisciplinario y sirve como herramienta para representar sistemas complejos. En la naturaleza, tales sistemas se pueden observar en diversas áreas, como la salud, la sociedad y la epidemiología. Este artículo tuvo como objetivo presentar los aspectos básicos de la teoría de redes complejas, así como su aplicabilidad y relevancia en diferentes campos. Además, enfatizamos la importancia de las interacciones y su dinámica para la sociedad humana, y cómo esto debe tenerse en cuenta en la formulación de políticas públicas.

Palabras clave: Sistemas Complejos, Redes, Redes Complejas.

¹ Mestre em Processos Interativos dos Órgãos e Sistemas. Email: tandarabenevides@gmail.com

² Doutora em Física pela Universidade Federal da Bahia. Email: annesantos1990@gmail.com

Sistemas Complexos

De modo geral, constituem sistemas complexos aqueles que são formados por grandes quantidades de componentes que interagem entre si, resultando em propriedades coletivas emergentes, que não podem ser visualizadas apenas pelo comportamento de suas unidades. Tais comportamentos emergentes surgem das interações e da auto-organização dos elementos desses sistemas, sem que haja a necessidade de um controle central (LATORA; NICOSIA; RUSSO, 2017, p. 12 e 13). Esses sistemas interagem com o ambiente e, portanto, são considerados sistemas abertos. Eles exibem comportamentos não lineares e demonstram adaptabilidade (NUSSENZVEIG, 1999, p. 11 a 13).

Propriedades coletivas emergentes podem ser observadas em diversos contextos, por exemplo, no surgimento de civilizações resultante da interação de grupos sociais; na formação das cidades decorrente do crescimento do comércio; ou mesmo quando se manifestam em aspectos culturais (LATORA; NICOSIA; RUSSO, 2017, p. 12). Ao se considerar a fisiologia dos organismos vivos, um importante sistema complexo que pode ser referido é o cérebro humano. Nesse sistema, propriedades como emoção, cognição e consciência emergem da interação de bilhões de neurônios, manifestando-se como características do coletivo, e que não podem ser representadas apenas pelo comportamento individual destas células (NUSSENZVEIG, 1999, p. 11 a 13).

Sistemas complexos podem ser identificados em diversas áreas, como na economia, nos ecossistemas, nos sistemas de infraestrutura, e na biologia dos organismos, a partir das interações celulares e moleculares (FORNITO; ZALESKY; BULLMORE, 2016, p. 4). Isso destaca a natureza interdisciplinar desta área e relevância de adotar essa perspectiva ao se estudar as interações entre os componentes de um sistema complexo. Sistemas complexos são frequentemente estudados a partir de modelos, e um dos modelos de destaque nesse contexto é o das redes complexas.

A análise de sistemas complexos, por meio da abordagem de redes, se baseia na forma como os elementos desse sistema interagem (NEWMAN; BARABÁSI; WATTS, 2006). Nesse sentido, um dos principais objetivos da abordagem de redes atualmente é compreender como a estrutura geral da rede, isto é, sua conectividade global, depende de processos dinâmicos locais (NEWMAN; BARABÁSI; WATTS, 2006).

Redes complexas

A teoria de redes complexas se fundamenta na teoria matemática dos grafos. Um grafo é definido por um conjunto de elementos de um sistema, nós (vértices ou pontos) e um conjunto de conexões que os ligam, chamadas arestas. Atualmente, os grafos podem ser representados de maneira estática e dinâmica. Um grafo estático pode ser descrito, matematicamente, como um conjunto de $G = (V; E)$, onde G é definido por um conjunto de nós e arestas $E: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ (SIZEMORE; BASSETT, 2018).

Enquanto grafos dinâmicos podem ser descritos por uma sequência de grafos $G = \{G_t\}_t = 1, 2, \dots, T$, em que cada G_t representa uma configuração de nós e arestas na rede, no instante t , e T denota o tempo total de observação do sistema (ROSÁRIO et al., 2015).

Teoria dos grafos

A primeira representação de um sistema através de um grafo remonta a 1735, quando o matemático Euler demonstrou a impossibilidade de ir de uma ilha a outra perpassando por cada uma das pontes de Königsberg, somente uma vez. A relevância inicial da solução de Euler para o problema das pontes de Königsberg reside na preservação das informações relacionadas à topologia daquele sistema. Isso significa que, independentemente da extensão geográfica das ilhas ou do tamanho das pontes, o arranjo do sistema seria representado da mesma maneira (FORNITO; ZALESKY; BULLMORE, 2016, p. 5 e 6; BARABASI, 2016, cap. 2, p.24 e 25).

Redes

Temos que as redes podem ser representadas matematicamente por grafos. Assim algumas definições que utilizamos para os grafos se estendem para as redes (BARABÁSI, 2016, cap. 2, p. 26). A utilização das redes, enquanto ferramenta de análise, é feita a partir de sua caracterização, através de seus índices ou a partir do peso das arestas e sua direcionalidade, conforme descrito a seguir:

- Binária: rede em que as arestas não apresentam pesos (STAM; VAN STRAATEN, 2012).
- Ponderada: rede cujas conexões/arestas apresentam pesos. O peso de uma aresta corresponde ao valor que lhe é atribuído em uma rede ponderada, pode

representar, por exemplo, força, importância ou comprimento das interações (STAM; VAN STRAATEN, 2012).

- Direcionada: rede cujas arestas indicam a direção da conexão (STAM; VAN STRAATEN, 2012), sem, necessariamente, implicar em causalidade.
- Não direcionada: Nesse tipo de rede as arestas não possuem uma direção e representam somente a existência ou não de uma conexão entre os diferentes nós (COSTA et al., 2007).

Matriz de adjacência

Uma das formas de representação das redes é através da sua matriz de adjacência, na qual os elementos representam as relações de adjacência dos diferentes pares de nós. Dois nós v_i e v_j são ditos adjacentes quando existe uma aresta que os conecta (DIESTEL, 2006).

Para uma rede não direcionada (Figura 1A), os elementos a_{ij} da matriz de adjacência $A = (a_{ij})_{n \times n}$ – onde n representa o número de nós – possuem os seguintes valores (BARAS; THEODORAKOPOULOS, 2010; DIESTEL, 2006):

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

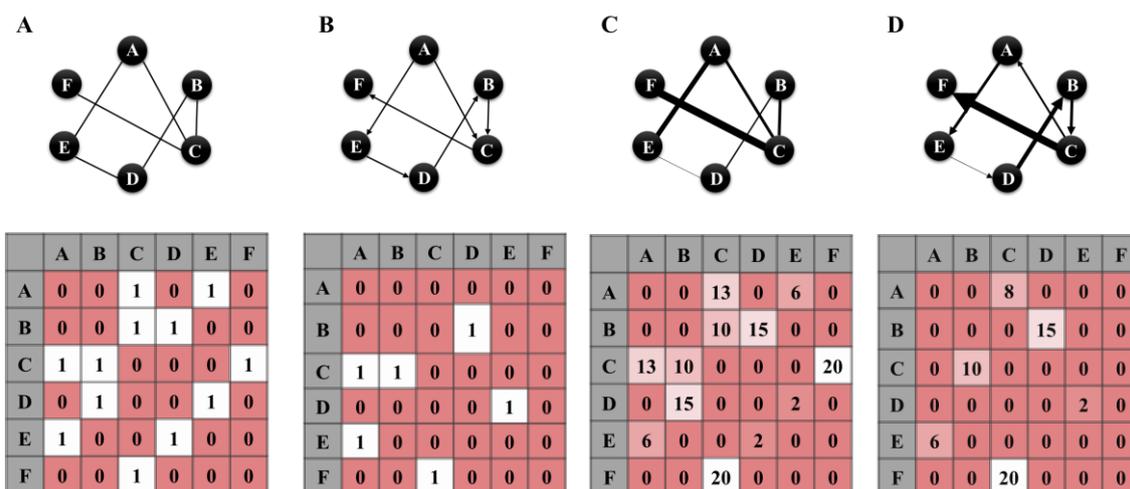
Na equação 1, onde E é o conjunto de arestas do grafo, o elemento a_{ij} da matriz de adjacência terá o valor 1 se existir uma aresta conectando os nós v_i e v_j , e terá valor 0, caso contrário.

Para uma rede não direcionada, a matriz de adjacência será simétrica. Para as redes direcionadas (Figura 1B), que são redes cujas arestas possuem um sentido (DIESTEL, 2006; RUOHONEN, 2013), a matriz será assimétrica. Isso ocorre porque o elemento a_{ij} da matriz de adjacência terá valor 1 somente se houver uma aresta direcionada do nó v_j para o nó v_i (FORNITO; ZALESKY; BULLMORE, 2016).

No caso das redes ponderadas (Figura 1C e 1D), cujas arestas possuem pesos ω_{ij} , os elementos a_{ij} da matriz de adjacência representarão o peso da aresta, ou seja, $a_{ij} =$

ω_{ij} . Se não houver uma aresta entre dois nós, os elementos correspondentes da matriz terão o valor $a_{ij} = 0$ (BARAS; THEODORAKOPOULOS, 2010; BOCCALETTI et al., 2006; COSTA et al., 2007).

Figura 1: Exemplos de matrizes de adjacência



A) matriz de adjacência de uma rede não direcionada B) Matriz de adjacência de uma rede direcionada.
C) Matriz de adjacência de uma rede ponderada não direcionada. D) Matriz de adjacência de uma rede ponderada direcionada.

Fonte: Santos (2021)

Índices de redes complexas

Uma das formas de se fazer a análise e a caracterização das redes é através da avaliação de seus índices que retratam a arquitetura da rede. Entre os quais podem ser destacados:

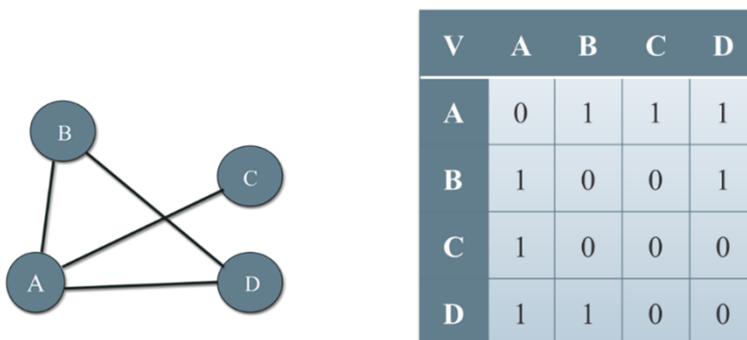
Grau do nó

É a quantidade de conexões que incidem sobre ele (BULLMORE; SPORNS, 2009). O grau ponderado representa o somatório dos pesos das arestas que incidem em um determinado nó (STAM; VAN STRAATEN, 2012). Em termos da sua matriz de adjacência, podemos obter o grau de um nó, (equação 2), ao fazer o somatório de sua correspondente linha ou coluna (para uma rede não-direcionada) (Figura 2) (COSTA et al., 2007).

$$k_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} = \sum_{i=1}^N a_{ji}, \quad (2)$$

em que N, na equação 2, representa o número total de nós.

Figura 2: Exemplo e cálculo do nó A através de sua matriz de adjacência (rede não ponderada).



$$k_A = \sum_{j=1}^4 a_{Aj} = 0 + 1 + 1 + 1 = 3$$

Fonte: Próprios autores.

Grau médio do nó:

O grau médio dos nós da rede representam a média aritmética do grau de todos os nós da rede e pode ser escrito como (BARABÁSI, 2012, cap. 2, p.28):

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_i k_i \quad (3)$$

Distribuição de graus p_k

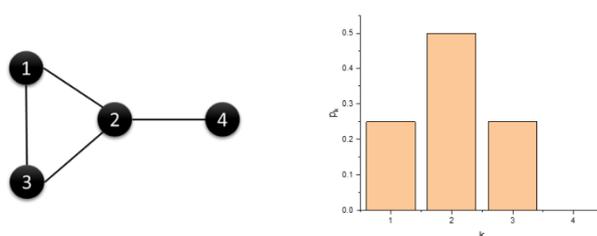
A Distribuição de graus se refere a função distribuição de probabilidade dos graus da rede (STAM, 2014). Ela mostra a probabilidade de encontrar um nó com grau k_i na

rede. A probabilidade de se encontrar um nó com grau k é dada por (BARABÁSI, 2012, cap. 2, p.28):

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (4)$$

Onde N_k representa o número de nós com grau k e N é o número total de nós. A Figura 3 mostra um exemplo de como é feita a distribuição de graus p_k de um grafo com 4 arestas e mostra o cálculo que é feito para achar a probabilidade de encontrar um nó com grau 1:

Figura 3: No exemplo, a probabilidade de encontrar um nó com grau igual a 1, obtida pela equação 4.



$$p_1 = \frac{N_1}{N} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Fonte: adaptada de (SILVA, 2021)

Coefficiente de aglomeração

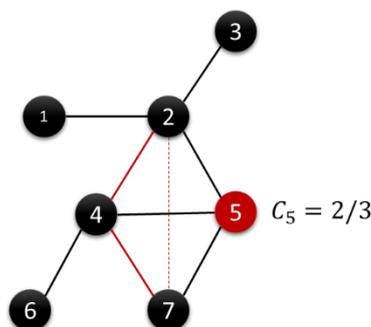
É a probabilidade de que nós vizinhos se conectem entre si. É uma medida que se relaciona com a eficiência local da rede, um indicador de sua segregação e robustez (STAM, 2014).

O coeficiente de aglomeração local de um nó i pode ser dado pela divisão do número de conexões que os vizinhos de um nó i tem entre eles, dividido pelo total de conexões possíveis entre os vizinhos (BARABÁSI, 2012, cap. 2, p.41):

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)}, \quad (5)$$

no qual L_i corresponde ao número de conexões que os vizinhos têm entre eles e k_i representa o número de vizinhos do nó i . O termo $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$ representa o total de conexões que os vizinhos podem ter entre eles.

Figura 4: Exemplo



Fonte: (SILVA, 2021)

Neste exemplo o nó 5 possui três vizinhos e entre os vizinhos só existem duas arestas que estão conectando-os, das três conexões possíveis; assim o coeficiente de aglomeração local do nó 5 será $c_v = 2/3$. Linha tracejada vermelha representa a conexão possível entre os nós 2 e 7, mas que não existe.

O coeficiente de aglomeração médio é dado pela média do coeficiente de aglomeração local de todos os nós da rede (BARABÁSI, 2016, cap. 2, p.41):

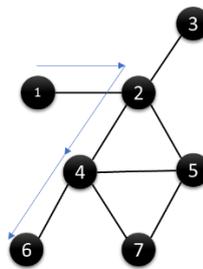
$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_i C_i, \quad (6)$$

sendo que N , na equação 6, representa o número total de nós da rede.

Caminho mínimo

Entre os diversos caminhos que levam um nó i a um nó j , temos que o caminho mínimo ou distância representa o menor caminho entre esses dois nós, ou seja, representa a quantidade mínima necessária de arestas que é preciso para ir de um nó a outro como ilustra a Figura 5 (BULLMORE; SPORNS, 2009). Este índice é uma medida de integração da rede (STAM, 2014). O caminho mínimo médio, por sua vez, representa a média aritmética das distâncias de todos os pares de nós da rede (BARABASI, 2012, cap. 2, p.36).

Figura 5: Dos diferentes caminhos que levam o nó 1 ao nó 6, o caminho mínimo ou distância é o menor caminho entre esses nós que é $d_{ij} = 3$ (representado pelas setas).



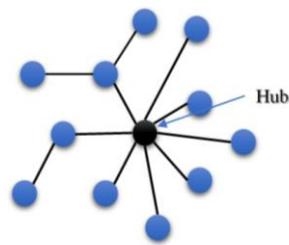
Fonte: (SILVA, 2021)

Hubs

Hubs são nós que apresentam alta centralidade na rede (STAM, 2014), relacionando-se com a eficiência desta (BULLMORE; SPORNS, 2012). É definido como os nós que possuem uma quantidade de conexões maior que a média de conexões da rede (Figura 6) (NEWMAN, 2010). Hubs de nós podem formar grupos na rede, a exemplo do diverse club e do rich club. O diverse club consiste em um subconjunto de nós que exibem elevada diversidade de conexão, computada através do coeficiente de participação, enquanto o rich club é um subgrafo interconectado de nós que exibem alta conectividade. Embora ambos os subconjuntos sejam relevantes para a comunicação da rede, tem sido demonstrado que eles exibem papéis distintos nesse processo, além de diferentes perfis de ativação em diversos sistemas complexos (BERTOLERO; YEO, D'ESPOSITO, 2017). Esses nós, apresentam alta demanda metabólica, em redes fisiológicas, além de

serem mais vulneráveis a processos patológicos (STAM, 2014; GRIFA; VAN DEN HEUVEL, 2018). Recentemente, foram descritas adaptações que embasam avaliações de medidas de centralidade para as arestas (ver BRÖHL E LEHNERTZ, 2019).

Figura 6: Figura representativa de uma rede dando destaque ao hub (em preto), que se refere a nós com um grande número de conexões

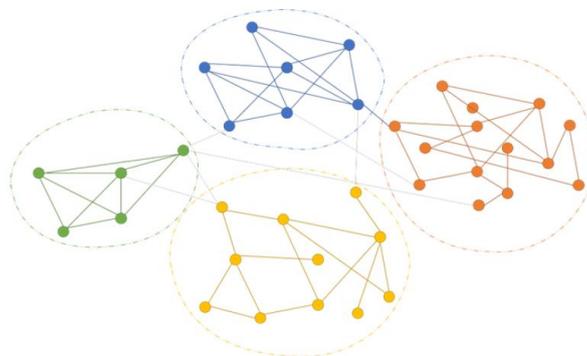


Fonte: (SILVA, 2021)

Modularidade

Apresentação de subgrafos na rede, cujos nós estão mais conectados entre si do que com o restante da rede (Figura 7) (STAM, 2014). Este índice tem sido relacionado a especialização funcional em redes cerebrais, e eficiência da rede (SPORNS; BETZEL, 2016).

Figura 7: Representação de uma rede dividida em módulos.



Fonte: (SILVA, 2021)

Robustez

É a integridade estrutural da rede após perturbação, como uma remoção aleatória de nó, conexão ou distúrbios locais e em ampla escala (BULLMORE; SPORNS, 2009). A remoção de nós aleatoriamente na rede é denominada falha, enquanto a remoção de hubs, configura-se como ataque e, geralmente, apresenta maiores danos à sua integridade (JOYCE; HAYASAKA; LAURIENTI, 2013).

Resiliência

É a capacidade de adaptação do sistema a distúrbios mantendo sua função. Tal propriedade é vista em diversos sistemas complexos, sendo relevante para compreensão de colapsos ou crises nesses sistemas (GIANNOCCARO; ALBINO; NAIR, 2018).

Eficiência

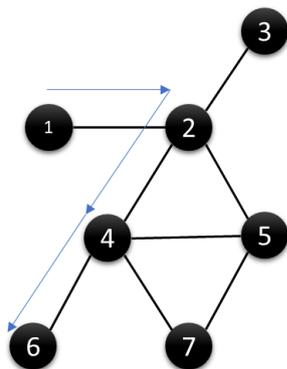
Constitui uma medida para avaliar a transferência paralela de informação e processamento integrado da rede (BULLMORE; SPORNS, 2012). Pode ser retratada a nível local, através dos vizinhos de um nó, ou globalmente, como o inverso do caminho mínimo (STAM; VAN STRAATEN, 2012).

Matriz de vizinhança

As matrizes de vizinhança são matrizes cujos valores de cada elemento da matriz representam os caminhos mínimos (distâncias) entre os diferentes pares de nós da rede (Figura 8) (ANDRADE et al., 2008a, 2008b). A Figura 8 mostra como obter o caminho mínimo de dois pares de vértices de uma rede e como é representado esse valor na sua matriz de vizinhança.

Figura 8: À esquerda, representação de uma rede e o caminho mínimo entre os nós 1 e 6 ($d_{ij} = 3$). À direita a matriz de vizinhança dessa rede com os elementos representando

os caminhos mínimos dos diferentes pares de nós da rede.



V	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	2	2	2	3	3
2	1	0	1	1	1	2	2
3	2	1	0	2	2	3	3
4	2	1	2	0	1	1	1
5	2	1	2	1	0	2	1
6	3	2	3	1	2	0	2
7	3	2	3	1	1	2	0

Fonte: adaptada de Silva (2021)

Modelos de redes complexas

Os primeiros modelos de redes a serem desenvolvidos foram os de grafos regulares e grafos aleatórios. Uma rede regular pode ser descrita como um grafo cuja quantidade de nós é fixa e cada um destes apresenta a mesma quantidade de conexões (BOCCALETTI et al., 2006; NEWMAN, 2010). Tais redes apresentam um elevado coeficiente de aglomeração e também um elevado caminho mínimo médio (STAM, 2010). Redes aleatórias, por sua vez, apresentam caminhos mínimo e coeficiente de aglomeração baixos e os nós apresentam a mesma probabilidade de conexão na rede (BULLMORE; SPORNS, 2009; STAM, 2010).

A partir dos modelos de grafos aleatórios e regulares, Watts e Strogatz (1998), buscaram redes que representassem de modo mais fidedigno as redes do mundo real. Os autores então elaboraram uma rede regular, cuja quantidade de nós era fixa e então passaram a religar as arestas dessa rede, de maneira aleatória (WATTS; STROGATZ, 1998). Com isso, os autores encontraram uma rede cuja topologia se mostrava híbrida, apresentando alta aglomeração, como redes regulares, e caminho mínimo curto, semelhante a grafos aleatórios, esta rede foi denominada mundo pequeno. A partir de dados experimentais foi demonstrado que redes de atores, rede neural de *C. elegans* e a rede elétrica do oeste dos Estados Unidos da América apresentavam topologia de mundo pequeno (WATTS; STROGATZ, 1998).

Posteriormente, Albert e Barabási (1999), elaboraram um novo modelo de redes tendo como base o crescimento das redes pela adição de novos nós na rede, bem como a ligação de novos nós àqueles que já possuíam grau elevado, os autores revelaram uma topologia de rede que segue uma dinâmica livre de escala, com a distribuição de grau descrita por uma lei de potência e presença de *hubs* (ALBERT; BARABÁSI, 1999). Os autores demonstraram que redes reais como a rede mundial de computadores e redes de citação na ciência se enquadram no modelo de rede livre de escala. Tal modelo pode ser visualizado ainda em redes sociais, na rede global de aeroportos e redes de transporte, assim como em vários sistemas complexos reais (ALBERT; BARABÁSI, 1999).

Aplicações de redes complexas

Atualmente, a abordagem de redes complexas tem sido utilizada em campos da saúde como: neurociência, para a avaliação de redes cerebrais, para estudar o estado saudável em diversas patologias (BULLMORE; SPORNS, 2009; STAM, 2014; BERTOLERO et al., 2018) e na epidemiologia, para investigação da transmissibilidade de doenças infecciosas (FREITAS et al., 2020; SANTOS, 2021), além de outras vertentes. Dada a sua multidisciplinaridade, trabalhos têm sido realizados com a abordagem de redes complexas em áreas como ecologia (MESSIER et al., 2019) ciências econômicas (ALAMSYAH, 2022) e sociais (KERTÉSZ et al., 2021; LICCIARDI JR; MONTEIRO, 2022).

Redes cerebrais

Redes cerebrais podem ser avaliadas sob a perspectiva estrutural e funcional. Em redes estruturais, os nós correspondem aos neurônios ou regiões cerebrais, enquanto as arestas correspondem às conexões físicas, sinapses ou feixes axonais (BULLMORE; SPORNS, 2009). Redes funcionais, em contrapartida, podem ser geradas a partir de medidas de conectividade funcional ou de conectividade efetiva. A primeira, refere-se à medida de correlação temporal e espacial entre regiões cerebrais distintas (ROSÁRIO et al., 2015); enquanto a segunda remete às relações causais entre os elementos do sistema (BULLMORE; SPORNS, 2009).

Redes estruturais e funcionais são construídas a partir da definição dos nós e arestas da rede; estipulados a partir de dados eletrofisiológicos e ou exames de

neuroimagem; com a correlação entre as séries temporais dos nós estimada através de métodos de associação; com posterior geração dos índices das redes de interesse (BULLMORE; SPORNS, 2009). Redes cerebrais, estruturais e funcionais, são caracterizadas pela presença de elevado coeficiente de aglomeração, caminho mínimo curto, presença de *hubs e rich club* (BULLMORE; SPORNS 2009; STAM, 2014).

Atualmente, a utilização de redes cerebrais tem colaborado para a compreensão do cérebro em seu estado saudável e durante o acometimento de uma série de processos patológicos (STAM, 2014). Bertolero Yeo e D'Esposito (2015; 2017), demonstraram recentemente um diferente perfil de ativação de regiões cerebrais diversamente conectadas e altamente conectadas, durante o desempenho de tarefas cognitivas complexas, bem como o papel *hubs* de diversidade em conjunto com a modularidade para o bom desempenho cognitivo diante de diferentes tarefas (BERTOLERO et al., 2018).

Uma ampla gama de distúrbios neurológicos e psiquiátricos tem sido relacionados a alterações na organização da rede cerebral em seu estado saudável. Diversos trabalhos apontam para alterações precoces da conectividade funcional na doença de Alzheimer, antes mesmo do surgimento de sintomas clínicos e como a abordagem de redes pode colaborar para o desenvolvimento de novas ferramentas diagnósticas (DRZEZGA et al., 2011; DAI; HE, 2014; LIANG et al., 2020; LAMA, 2021), bem como sobreposições entre a localização de biomarcadores da doença e *hubs* funcionais (BUCKNER et al., 2005; 2009). Para epilepsia, por exemplo, estudos prévios têm reportado distúrbios dinâmicos na topologia da rede cerebral (KRAMER; CASH, 2012; PEGG et al., 2021), vulnerabilidade dos *hubs* (LI et al., 2016; LEE et al., 2018) e relação entre mudanças na rede cerebral e déficits cognitivos (ROGER et al., 2019). Ademais, alterações em métricas da rede cerebral têm sido utilizadas para avaliar esquizofrenia (CROSSLEY et al., 2016), transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (LI et al., 2019), depressão (YUN; KIM, 2021), entre outros processos patológicos (STAM, 2014).

Epidemiologia

Na epidemiologia, a abordagem de redes complexas tem sido utilizada para modelar a propagação de vírus, extensão de epidemias e avaliação de parâmetros que podem minimizar e maximizar as infecções (ENRIGHT; KAO, 2018; FREITAS et al., 2020), colaborando para a elaboração de políticas de saúde pública que visem a contenção

de surtos. Além disso, o processo de globalização permitiu um fluxo mais intrincado e difundido de pessoas e produtos, o que se expande também a propagação de epidemias e formação de pandemias (LABONTE, 2015; ZHU et al., 2021). Recente, a pandemia de COVID-19 alterou o estilo de vida de milhões de pessoas no mundo e impactou de modo significativo as relações sociais, internacionais e econômicas.

Freitas e colaboradores (2020) avaliaram a correspondência entre a rede de mobilidade intermunicipal e a disseminação de COVID-19, no início da pandemia, em duas escalas – no Brasil, sem a região norte, e no estado de São Paulo. A partir de dados do Ministério da Saúde e do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, a abordagem de redes complexas, com medidas de conectividade e centralidade foi utilizada a fim de encontrar áreas vulneráveis a disseminação do SARS-CoV-2 (FREITAS et al., 2020). Os resultados mostraram que, entre os índices avaliados, a força do nó apresentou maior correspondência com as cidades com casos confirmados de COVID-19. Ademais, tal correspondência, para o Brasil, foi mais bem representada por redes provenientes de dados do fluxo original de mobilidade dos indivíduos, e não para a rede com arestas de maior peso, o que ocorreu para o estado de São Paulo. O estudo revelou também cidades que, além das capitais, funcionariam como importantes fontes de disseminação em casos de epidemia (FREITAS et al., 2020). Em uma avaliação da rede global da pandemia de COVID-19, construída a partir de dados de 122 países, para o ano de 2020, o Brasil esteve entre os países com grau do nó mais elevado e alta centralidade de autovetor³ e baixa centralidade de intermediação⁴ (ZHU et al., 2021), o que é um indicador de sua capacidade de espalhar a epidemia em seu território e a necessidade de atenção a medidas de prevenção e controle da pandemia.

ZHU e colaboradores (2021) analisaram a rede global de COVID-19 considerando 122 países. A rede foi construída a partir de dados referentes a taxa de crescimento de pessoas infectadas pela doença entre os países (banco de dados CSMAR). Índices de conectividade e topologia foram estudados; além disso, foi investigada a influência de fatores socioeconômicos para a conectividade da rede. O estudo revelou que

³ Um índice das redes que mede o quanto um nó é importante e influente na rede, por medir o nível de centralidade dos nós que estão ligados a ele (NEWMAN, 2008).

⁴ Índice das redes que é calculada com base no número de caminhos mais curtos que passam por um determinado nó (BRANDES, 2001).

a rede global da pandemia de COVID-19 apresenta características de mundo pequeno e presença de modularidade. Ademais, fatores como: densidade populacional, PIB, gastos governamentais, expectativa de vida e qualidade do tratamento médico afetam significativamente a conectividade da doença em diferentes países (ZHU et al., 2021).

As redes complexas também foram utilizadas com o propósito de modelar a propagação de dengue (ARAÚJO et al., 2018; MALIK et al., 2019; SABA et al., 2014) e de Zika (LI et al., 2019). Nesses estudos, as redes contribuíram para a compreensão de como essas duas arboviroses se disseminam, bem como permitiram a modelagem da possível eficácia de uma vacina e do controle do vetor na rede de transmissão do vírus (HENDRON; BONSALE, 2016); além de modelos de redes que ajudaram a compreender como fatores internos e externos poderiam influenciar a disseminação do vírus da dengue (MALIK et al., 2021). A pesquisa de ARAÚJO et al. (2018), por exemplo, trouxe contribuições para o entendimento da disseminação da dengue em diferentes regiões da Bahia. Esse estudo demonstrou que o vírus da dengue está estabelecido em diversas áreas do estado da Bahia. Da mesma forma, SANTOS et al. (2023) fizeram uma análise, utilizando a abordagem das redes complexas, da disseminação da dengue, Zika e Chikungunya. Nas análises realizadas por SANTOS et al. (2023) observou-se que, ao entrar no estado, a Zika e a Chikungunya apresentaram um padrão de propagação local entre os municípios, padrão esse que foi se perdendo ao longo dos anos, mostrando uma forte evidência que essas duas doenças estão se estabelecendo no estado. Além disso, esses dois estudos (ARAÚJO et al., 2018; SANTOS et al., 2022) foram capazes de identificar os municípios que apresentaram antecipação nos números de casos da dengue no estado, assim como para as outras arboviroses, Zika e Chikungunya. Essa abordagem revelou-se útil para compreender quais municípios são fundamentais para manter uma vigilância contínua no estado, além de oferecer modelo eficaz para conduzir análises semelhantes em outras localidades.

Em conjunto, esses achados revelam a relevância das interações em diferentes níveis e escalas, sociais, econômicas e no âmbito da saúde e a necessidade de reconhecer e considerar o caráter complexo e dinâmico destas a fim de promover medidas eficazes para a prevenção e controle de epidemias e pandemias. Nesse sentido, a abordagem de redes complexas pode ser utilizada na identificação dos pontos de maior difusão e

recepção das infecções na perspectiva local e global, demonstrando os alvos mais efetivos para a promoção de medidas de contenção de doenças infecciosas.

Ciências Sociais

Interações sociais reais podem ser modeladas a partir de diferentes perspectivas no âmbito da abordagem de redes complexas. De maneira geral, redes provenientes de tais interações apresentam uma distribuição de grau heterogênea, com presença de *hubs*, além de características de uma topologia de mundo pequeno e modularidade, aspectos que são refletidos em redes sociais virtuais, como *Twitter* e *Facebook* (KERTÉSZ et al., 2021). Redes virtuais são assortativas, ou seja, pessoas populares (nós com grau elevado) estão conectadas entre si; apresentam alto coeficiente de aglomeração, com a formação de vínculo entre os amigos dos indivíduos que formam um grupo e formação de comunidades (KERTÉSZ et al., 2021).

O uso da abordagem de redes complexas tem sido visto também na investigação da interação social em sociedades com estratificação econômica. Recentemente, LICCIARDI JR; MONTEIRO, (2022), modelaram a conectividade social em três classes socioeconômicas da França, Peru e Zimbábue; e avaliaram como seria a propagação e alteração de informações a respeito da COVID-19 em tais países (LICCIARDI JR; MONTEIRO, 2022). Redes foram geradas a partir de dados sociodemográficos desses países, com a probabilidade de conexão entre os indivíduos dependente da distância entre eles e de suas classes sociais; por fim, medidas de conectividade, topologia e centralidade foram avaliadas, considerando a estratificação econômica. Nessas redes, maior contato social foi um indicador de alteração da informação (LICCIARDI JR; MONTEIRO, 2022). Os resultados mostraram que, na França a conectividade, o coeficiente de aglomeração e a centralidade de intermediação foram mais elevados na classe média, em comparação às classes alta e baixa. Para o Peru e Zimbábue, os mesmos índices mostraram valores mais elevados para a classe baixa (LICCIARDI JR; MONTEIRO, 2022). O que sugere, em conjunto com os demais resultados, que a classe média na França e a classe baixa nos demais países são as principais responsáveis pela transferência e alteração de informações (para detalhes ver LICCIARDI JR; MONTEIRO, 2022).

Ao se considerar a importância da informação para a percepção do indivíduo e suas escolhas diante de determinada situação, bem como a influência de heterogeneidade

de conectividade para a propagação da informação, a utilização de redes complexas para modelar as relações na sociedade humana pode colaborar para um fluxo de informação eficiente através da identificação de rotas rápidas e redução de custos. Isso poderia auxiliar na elaboração de políticas públicas que remetam ao conhecimento populacional de determinada patologia, da importância de campanhas vacinais, ou no combate a *fake news*.

Conclusão

Neste artigo foi realizada a síntese de aspectos gerais de redes complexas, apontando para sua relevância e aplicações em diferentes áreas. Tendo em vista o caráter multidisciplinar de sistemas complexos, e sua representação através da abordagem de redes com a finalidade de estudo e caracterização, tal abordagem pode colaborar para a compreensão dos fenômenos estáticos e dinâmicos nestes sistemas. Deste modo, a análise de redes complexas representa uma ferramenta útil para diversas áreas de pesquisa, principalmente quando se considera a importância das conexões para os sistemas em múltiplos níveis e interdisciplinaridade.

Referências

ALAMSYAH, Andry et al. Transaction Network Structural Shift under Crisis: Macro and Micro Perspectives. **Economies**, v. 10, n. 3, p. 56, 2022.

ANDRADE, R. F. S.; MIRANDA, J. G. V; PINHO, S. T. R.; LOBÃO, T. P. Characterization of complex networks by higher order neighborhood properties. **European Physical Journal B**, [S. l.], v. 61, n. 2, p. 247–256, 2008. a. DOI: [10.1140/epjb/e2008-00049-5](https://doi.org/10.1140/epjb/e2008-00049-5).

ANDRADE, Roberto F. S.; MIRANDA, José G. V; PINHO, Suani T. R.; LOBÃO, Thierry Petit. Measuring distances between complex networks. **Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics**, [S. l.], v. 372, n. 32, p. 5265–5269, 2008. b. DOI: 10.1016/j.physleta.2008.06.044.

ARAÚJO, Marcio Luis Valença; MIRANDA, José Garcia Vivas; SAMPAIO, Renelson; MORET, Marcelo A.; ROSÁRIO, Raphael S.; SABA, Hugo. Nonlocal dispersal of dengue in the state of Bahia. **Science of the Total Environment**, [S. l.], v. 631–632, p.

40–46, 2018. DOI: 10.1016/j.scitotenv.2018.02.198. Disponível em:
<https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.02.198>.

BARABÁSI, Albert-László. **Network Science**. [s.l.] Cambridge University Press, 2016.

BARABÁSI, Albert-László; ALBERT, Réka. Emergence of scaling in random networks. **science**, v. 286, n. 5439, p. 509-512, 1999.

BARAS, John S.; THEODORAKOPOULOS, George. **Path problems in networks**. [s.l.: s.n.]. v. 3 DOI: 10.2200/S00245ED1V01Y201001CNT003.

BERTOLERO, Max A.; YEO, BT Thomas; D'ESPOSITO, Mark. The diverse club. **Nature communications**, v. 8, n. 1, p. 1-11, 2017.

BERTOLERO, Maxwell A. et al. A mechanistic model of connector hubs, modularity and cognition. **Nature human behaviour**, v. 2, n. 10, p. 765-777, 2018.

BERTOLERO, Maxwell A.; YEO, BT Thomas; D'ESPOSITO, Mark. The modular and integrative functional architecture of the human brain. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 112, n. 49, p. E6798-E6807, 2015.

BOCCALETTI, Stefano; LATORA, V.; MORENO, Y.; CHAVEZ, M.; HWANG, D. U. Complex networks: Structure and dynamics. **Physics Reports**, [S. l.], v. 424, n. 4–5, p. 175–308, 2006. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.10.009.

BRANDES, Ulrik. A faster algorithm for betweenness centrality. *Journal of mathematical sociology*, v. 25, n. 2, p. 163-177, 2001.

BRÖHL, Timo; LEHNERTZ, Klaus. Centrality-based identification of important edges in complex networks. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 29, n. 3, p. 033115, 2019.

BUCKNER, Randy L. et al. Cortical hubs revealed by intrinsic functional connectivity: mapping, assessment of stability, and relation to Alzheimer's disease. **Journal of neuroscience**, v. 29, n. 6, p. 1860-1873, 2009.

BUCKNER, Randy L. et al. Molecular, structural, and functional characterization of Alzheimer's disease: evidence for a relationship between default activity, amyloid, and memory. **Journal of neuroscience**, v. 25, n. 34, p. 7709-7717, 2005.

BULLMORE, Ed; SPORNS, Olaf. Complex brain networks: graph theoretical analysis of structural and functional systems. **Nature reviews neuroscience**, v. 10, n. 3, p. 186-198, 2009.

BULLMORE, Ed; SPORNS, Olaf. The economy of brain network organization. **Nature reviews neuroscience**, v. 13, n. 5, p. 336-349, 2012.

COSTA, L. Da F.; RODRIGUES, F. A.; TRAVIESO, G.; BOAS, P. R. Villas. Characterization of complex networks: A survey of measurements. **Advances in Physics**, [S. l.], v. 56, n. 1, p. 167–242, 2007. DOI: 10.1080/00018730601170527.

CROSSLEY, Nicolas A. et al. Altered hub functioning and compensatory activations in the connectome: a meta-analysis of functional neuroimaging studies in schizophrenia. **Schizophrenia bulletin**, v. 42, n. 2, p. 434-442, 2016.

DAI, Zhengjia; HE, Yong. Disrupted structural and functional brain connectomes in mild cognitive impairment and Alzheimer's disease. **Neuroscience Bulletin**, v. 30, n. 2, p. 217-232, 2014.

DIESTEL, Reinhard. *Graph Theory*. Heidelberg: Springer, 2006. DOI: 10.1109/IEMBS.2010.5626521.

DRZEZGA, Alexander et al. Neuronal dysfunction and disconnection of cortical hubs in non-demented subjects with elevated amyloid burden. **Brain**, v. 134, n. 6, p. 1635-1646, 2011.

ENRIGHT, Jessica; KAO, Rowland Raymond. Epidemics on dynamic networks. **Epidemics**, v. 24, p. 88-97, 2018.

FORNITO, Alex; ZALESKY, Andrew; BULLMORE, Edward T. *Fundamentals of Brain Network Analysis*. 1. ed. [s.l.] : Elsevier, 2016. DOI: 10.1016/C2012-0-06036-X.

FREITAS, Vander Luis de Souza et al. The correspondence between the structure of the terrestrial mobility network and the spreading of COVID-19 in Brazil. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 36, p. e00184820, 2020.

GIANNOCCARO, Ilaria. *Advances on the Resilience of Complex Networks*.

GRIFFA, Alessandra; VAN DEN HEUVEL, Martijn P. Rich-club neurocircuitry: function, evolution, and vulnerability, **Dialogues in Clinical Neuroscience**, v. 20, n.2, p. 121-132, 2018.

HENDRON, Ross William S.; BONSALL, Michael B. The interplay of vaccination and vector control on small dengue networks. *Journal of Theoretical Biology*, [S. l.], v. 407, p. 349-361, 2016. DOI: 10.1016/j.jtbi.2016.07.034. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jtbi.2016.07.034>.

JOYCE, Karen E.; HAYASAKA, Satoru; LAURIENTI, Paul J. The human functional brain network demonstrates structural and dynamical resilience to targeted attack. **PLoS computational biology**, v. 9, n. 1, p. e1002885, 2013.

KERTÉSZ, János et al. Modeling the Complex Network of Social Interactions. In: **Pathways Between Social Science and Computational Social Science**. Springer, Cham, 2021. p. 3-19.

KRAMER, Mark A.; CASH, Sydney S. Epilepsy as a disorder of cortical network organization. **The Neuroscientist**, v. 18, n. 4, p. 360-372, 2012

LATORA, Vito; NICOSIA, Vincenzo; RUSSO, Giovanni. **Complex networks: principles, methods and applications**. Cambridge University Press, 2017.

LABONTE, Ronald. Globalization and health. **International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences**, p. 198, 2015.

LEE, Kangjoo et al. Disruption, emergence and lateralization of brain network hubs in mesial temporal lobe epilepsy. **NeuroImage: Clinical**, v. 20, p. 71-84, 2018.

LI, Dandan et al. Reduced hemispheric asymmetry of brain anatomical networks in attention deficit hyperactivity disorder. **Brain imaging and behavior**, v. 13, n. 3, p. 669-684, 2019.

LI, Li; ZHANG, Jie; LIU, Chen; ZHANG, Hong Tao; WANG, Yi; WANG, Zhen. Analysis of transmission dynamics for Zika virus on networks. **Applied Mathematics and Computation**, [S. l.], v. 347, p. 566–577, 2019. DOI: 10.1016/j.amc.2018.11.042.

LI, Rong et al. Disrupted structural and functional rich club organization of the brain connectome in patients with generalized tonic-clonic seizure. **Human brain mapping**, v. 37, n. 12, p. 4487-4499, 2016.

LIANG, Jiali et al. Increased intrinsic default-mode network activity as a compensatory mechanism in aMCI: a resting-state functional connectivity MRI study. **Aging (Albany NY)**, v. 12, n. 7, p. 5907, 2020.

LICCIARDI JR, A. N.; MONTEIRO, L. H. A. A complex network model for a society with socioeconomic classes. **Mathematical Biosciences and Engineering**, v. 19, n. 7, p. 6731-6742, 2022.

MALIK, Hafiz Abid Mahmood; ABID, Faiza; WAHIDDIN, Mohamed Ridza; WAQAS, Ahmad. Modeling of internal and external factors affecting a complex dengue network. *Chaos, Solitons and Fractals*, [S. l.], v. 144, p. 110694, 2021. DOI: 10.1016/j.chaos.2021.110694. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110694>

NEWMAN, Mark EJ. The mathematics of networks. *The new palgrave encyclopedia of economics*, v. 2, n. 2008, p. 1-12, 2008.

NEWMAN, Mark. **Networks: An Introduction**. Oxford, UK: Oxford University Press, 2010.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. Complexidade e caos. **Rio de janeiro: UFRJ/COPEA**, 1999.

MESSIER, Christian et al. The functional complex network approach to foster forest resilience to global changes. **Forest Ecosystems**, v. 6, n. 1, p. 1-16, 2019.

PEGG, Emily J. et al. Functional network topology in drug resistant and well-controlled idiopathic generalized epilepsy: a resting state functional MRI study. **Brain communications**, v. 3, n. 3, p. fcab196, 2021.

ROGER, Elise et al. Hubs disruption in mesial temporal lobe epilepsy. A resting-state fMRI study on a language-and-memory network. **Human brain mapping**, v. 41, n. 3, p. 779-796, 2020.

ROSÁRIO, R. S. et al. Motif-Synchronization: A new method for analysis of dynamic brain networks with EEG. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 439, p. 7-19, 2015.

RUOHONEN, Keijo. **Graph theory**. [s.l.] : Tampere University of Technology 2008, 2013.

SANTOS, Eslaine Santos e. **Caracterização dos tempos de atraso na sincronização das redes funcionais cerebrais**. 2021. 113 f. Tese (Doutorado) - Curso de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021.

SANTOS, Eslaine S. et al. Complex network analysis of arboviruses in the same geographic domain: Differences and similarities. **Chaos, Solitons & Fractals**, [S. l.], v. 168, p. 113134, 2023. DOI: 10.1016/j.chaos.2023.113134. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0960077923000358>.

SILVA, Tandara Oliveira Benevides. **Caracterização da dinâmica de redes funcionais de sincronia cerebral em epilepsia**. 2021. Dissertação (Mestrado em Processos Interativos dos Órgãos e Sistemas) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021.

SIZEMORE, Ann E.; BASSETT, Danielle S. Dynamic graph metrics: Tutorial, toolbox, and tale. **NeuroImage**, v. 180, p. 417-427, 2018.

SPORNS, Olaf; BETZEL, Richard F. Modular brain networks. **Annual review of psychology**, v. 67, p. 613, 2016.

STAM, C. J. Characterization of anatomical and functional connectivity in the brain: a complex networks perspective. **International Journal of Psychophysiology**, v. 77, n. 3, p. 186-194, 2010

STAM, CJ van; VAN STRAATEN, E. C. W. The organization of physiological brain networks. **Clinical neurophysiology**, v. 123, n. 6, p. 1067-1087, 2012.

STAM, Cornelis J. Modern network science of neurological disorders. **Nature Reviews Neuroscience**, v. 15, n. 10, p. 683-695, 2014.

WATTS, Duncan J.; STROGATZ, Steven H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. **nature**, v. 393, n. 6684, p. 440-442, 1998.

YUN, Je-Yeon; KIM, Yong-Ku. Graph theory approach for the structural-functional brain connectome of depression. **Progress in Neuro-Psychopharmacology and Biological Psychiatry**, v. 111, p. 110401, 2021.

ZHU, Sha et al. The connectedness of the coronavirus disease pandemic in the world: A study based on complex network analysis. **Frontiers in Physics**, v. 8, p. 602075, 2021.