



ENTREVISTA

doi <https://doi.org/10.47207/rbem.v5i1.22693>

Uma entrevista com Ana Kaleff sobre suas vivências na Matemática e em um Laboratório de Ensino de Matemática

BATISTA, Érika Silos de Castro

Universidade Federal Fluminense (UFF). Doutora em Educação Matemática. <https://orcid.org/0009-0006-1589-1805>. erikasilos@id.uff.br.

ROSA, Fernanda Malinosky Coelho

Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS). Doutora em Educação Matemática. <https://orcid.org/0000-0002-4873-1107>. fernanda.malinosky@ufms.br

Ana Maria Martensen Roland Kaleff é professora titular aposentada da Universidade Federal Fluminense (UFF), onde atuou por mais de 40 anos. É fundadora do Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) da UFF (1994) do qual foi coordenadora acadêmica até sua aposentadoria, em 2018. Em 2024, o LEG completou 30 anos e durante sua existência, as ações desenvolvidas naquele espaço marcaram a formação de gerações de professores de Matemática, estreitando laços entre afetos e conhecimentos, por meio de atividades e recursos didáticos, artesanais e de baixo custo, como também por representações virtuais e inclusivas voltadas para o ensino de Matemática.

Após sua aposentadoria, a Professora Ana mudou-se para a cidade de Macaé/RJ e lá fundou, em 2019, um novo laboratório, nomeado Laboratório de Educação Matemática Prof.^a Ana Kaleff (LEMAK), passando a coordená-lo voluntariamente de 2019 a 2020. O LEMAK se constituiu como um local de criação, desenvolvimento e aplicação de experimentos educacionais em mostras do tipo Museu Interativo e cursos para formação continuada de professores. Devido à pandemia da COVID-19, este Laboratório teve suas atividades interrompidas em 2021. Apesar do curto período, o LEMAK recebeu mais de 1000 pessoas, entre licenciandos, professores e alunos da Educação Básica da região.

Pela sua longa trajetória em Laboratórios de Educação Matemática e motivadas pelas nossas próprias vivências no LEG e no LEMAK, convidamos a Professora Ana Kaleff para compartilhar conosco algumas reflexões sobre a mulher na Matemática, um pouco da criação e a sua vivência em um Laboratório para o ensino de Matemática, tão importantes para a



formação inicial e continuada do professor, como para a democratização e divulgação da Matemática escolar.

1) Quando a Ana Maria, nascida lá em Limeira, interior de São Paulo, escolheu ir para Matemática?

Essa Ana Maria não escolheu, foram contingências da vida. Eu fazia curso técnico em Química Industrial em Jundiaí e morava na casa do meu tio. No terceiro ano de Química, já poderia obter o diploma de científico que dava direito a fazer vestibular. Então, eu morava em Jundiaí e a universidade de Campinas era entre Jundiaí e Limeira. Minha família morava em Limeira e nós passávamos todo final de semana em Americana, que é entre Limeira e Campinas. Em Americana, eu conheci meu namorado que, mais tarde, tornou-se meu marido. Ele fazia Engenharia e eu, com 16 para 17 anos, terminando o curso técnico. Então, começamos a discutir o que eu iria fazer com a Química. Porque não me restava nada mais do que voltar para Limeira e trabalhar numa indústria ou em algum lugar com a Química Industrial, mas eu precisava fazer o quarto ano ainda. Então, nós concluímos que as possibilidades seriam fazer o que era mais próximo da Química Industrial, e essa possibilidade era Matemática, porque não tinha Física em Campinas, só tinha a PUC Campinas, a Unicamp estava começando, tudo era novo naquela região. A única coisa que era mais antiga estabelecida era a Matemática. Assim, eu poderia fazer o primeiro ano da Matemática com o último ano da Química para me formar realmente em técnica química. Então, foi por isso a opção de ir para Matemática na PUC.

Em 1965, eu fiz o primeiro ano da Matemática junto com o último ano da Química e, naquele ano, era obrigatório fazer um estágio. Então, eu fiz um estágio no Instituto Agrônomo¹, que, hoje, é perto da Unicamp. Mas, na época, era longe do centro da cidade de Campinas. Era uma época em que não se tinha essa modernidade que vocês têm hoje, a Unicamp ainda não existia, estava começando, era um descampado, era um outro mundo. Eu viajava de trem, saía de

¹ O Instituto Agrônomo (IAC) de Campinas é um instituto de pesquisa da Agência Paulista de Tecnologia dos Agronegócios, da Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Estado de São Paulo, e tem sua sede no município de Campinas. Foi fundado em 1887 pelo Imperador D. Pedro II, tendo recebido a denominação de Estação Agrônoma de Campinas. Em 1892 passou para a administração do Governo do Estado de São Paulo.

Jundiaí às 11 horas da noite do curso técnico para chegar em Campinas à meia-noite para ter aula às 7 horas da manhã na PUC. E, nos 2 últimos anos da Matemática, quando eu não precisava mais ir para Jundiaí, eu me levantava às 5 horas da manhã em Limeira para ir para aula às 7 horas. Foi uma vida extremamente fora dos padrões da época. Não era comum para uma mulher fazer um curso técnico, éramos 6 meninas em uma turma de 35. A mulher não tinha essa função de técnica, ela não tinha essa função de ir para Matemática, a maioria fazia curso Normal. Eu cheguei a começar o curso Normal, mas meu pai não tinha condições financeiras para pagar os dois cursos, então, optei pela Química.

2) Queríamos que você caracterizasse a Ana Kaleff de hoje, mas que olhasse para o passado, para quando você começou dentro da Matemática Pura e para quando você fez a escolha pela área da Educação.

Eu acho que o que me caracterizou sempre foi uma coisa interior, eu sempre ouvi o meu coração. Eu acho que eu andei atrás daquilo que o meu coração mandava. A fase da UFF começou quando eu cheguei no Rio de Janeiro, fui fazer um curso de férias na Universidade Santa Úrsula, em janeiro de 1969, e lá eu soube que tinha um mestrado na UFF que estava começando. Foram as contingências da vida que me levaram para a UFF, porque era um mestrado e eu morava em Niterói. Existem duas coisas muito diferentes aí, entre aquilo que as contingências da vida me fizeram e aquilo que eu optei realmente. Meu primeiro momento dentro da UFF foi para um mestrado, que eu queria fazer em Análise Matemática, mas tinha só a linha de Lógica e Análise juntas. Então, eu tive que fazer disciplinas de Lógica e depois as disciplinas de Análise para poder fazer o mestrado do jeito que eu queria.

Enquanto aquilo parecia muito pesado, aparentemente muito difícil naquele momento, porque era muita coisa para um começo da vida no Rio de Janeiro, hoje eu olho para trás e vejo que isso me deu a base da vida. Então, aprender a ser matemática foi o que eu aprendi no mestrado. No meio do mestrado, eu mudei de orientador porque eu estava com Jorge Barbosa², que era lógico puro, e eu queria Análise, foi quando o Aldemar Pereira Torres³ chegou e vestiu a camisa

² O coronel professor Jorge Emmanuel Ferreira Barbosa (- 2022) foi Reitor da UFF de 1970 a 1974.

³ Aldemar Pereira Torres (1931-1999) era professor do Departamento de Análise (GAN/UFF).



comigo. Foi quando fiz a generalização da integral de Lebesgue, que foi minha dissertação de mestrado, defendida em 1972. Ali, eu já vi a necessidade de trazer aquela generalização para Riemann e trazer para o chão da licenciatura.

Então, a chamada para o chão da licenciatura sempre esteve dentro de mim e a necessidade de transformar o abstrato, o que não tem significado para o aluno, também já estava presente nesse momento. Mas, eu acho que isso começou comigo na graduação, quando eu fiz uma disciplina na PUC de Campinas com o Benedito Castrucci⁴. Quando Castrucci chegou e começou a discutir Geometria Euclidiana, apresentando a negação do quinto axioma e mostrando a existência de outras geometrias, para mim, foi um momento chave da minha vida, que me mostrou que eu não precisava ficar amarrada numa cadeia de regras, como até aquele momento a matemática me parecia. Quando ele me apresentou a necessidade de uma negação e que essa negação trazia uma Geometria nova, naquele momento, eu me senti completamente liberta das amarras que a Matemática me trazia e que isso poderia ter uma transformação para o novo.

Esse conhecimento foi, sem dúvida, o que me levou ao interesse pelo ensino e a aprendizagem dos sistemas geométricos não euclidianos (aqueles que negam algum dos axiomas ou postulados euclidianos) e acendeu a primeira chama da fogueira que me aqueceu durante a caminhada da pesquisa para o doutorado.

A Educação Matemática estava começando no Brasil no final dos anos de 1980. A opção de deixar de ser matemática pura, eu digo que é um chamamento de alma desde lá de trás. Na verdade, essa transformação em educadora matemática nunca existiu, ela sempre esteve presente em mim, porque eu não aceitava aquele ensino engessador, que não me dava a liberdade para pensar dentro daquilo que eu fazia na Matemática. Eu nunca aceitei isso.

Quando comecei a dar aula na UFF, com 26 anos, eu tinha a visão de que não podia aceitar que alguém não entendesse aquilo que eu estava querendo ensinar. Eu ainda tinha a ilusão que eu ensinava. Hoje, eu tenho ilusão que a criança vai aprender, mas eu tento fazer com que ela aprenda. Eu tento fazer com que o outro que está comigo aprenda aquilo que eu sei um pouco mais do que ele. Vale lembrar que esse início de carreira foi na década de 1970, na época da ditadura. Nós ensinávamos através de demonstração de teoremas em que a gente colocava a

⁴ Benedito Castrucci (1909 - 1995) foi professor titular da Universidade de São Paulo e autor de dezenas de livros didáticos de Matemática.

primeira hipótese, depois desmembrava e enumerava a hipótese, em 1, 2 e 3, por exemplo para chegar em 3 e 4 da tese. Então, partia-se desses dados e em seguida, para as regras axiomáticas e daí começava o diálogo entre a hipótese e as regras axiomáticas através de proposições enumeradas. Era simplesmente uma máquina de raciocínio, era pura lógica, “se somente se”, “existe”, “para todo”, tudo com muita abstração. É claro que isso vem de Hilbert e eu não sabia nada disso, fui aprendendo depois quando fui estudando Filosofia da Matemática e entendendo por que que a gente vivia aquele momento, o porquê minha graduação era daquele jeito, e o porquê que o Castrucci e o Ary Quintella⁵ chegaram na minha graduação, trazendo os primeiros livros brasileiros de Matemática Moderna.

A primeira aula que eu dei em 1968, eu já dava dentro da Matemática Moderna e da Teoria dos Conjuntos para crianças que eram cortadores de cana de uma usina de cana de açúcar no interior do estado de São Paulo. Então, falar nessa abstração toda, isso me chocava porque aquela criança tinha uma vida que ela não sabia nem o que era um prédio de 3 ou 4 andares, enquanto a professora pedia para eles pensarem num prédio com uma garagem no subsolo, em que 2 subsolos representavam o número inteiro -2. Tudo isso me agredia desde o começo.

Por isso, eu acho que não teve passagem, para mim, da Matemática para a Educação. Eu fui matemática, eu gosto de dizer isso, mas antes de tudo, eu fui e sou professora de Matemática, essa é a minha característica. Eu não nego a Matemática, nunca neguei, mas o que faz a nossa ciência hoje considerada como Educação Matemática? Ela tem um subsolo que tem que ser pensado em Matemática, em Filosofia, em Psicologia, em Sociologia, para depois a gente começar a pensar em Didática, de como juntar tudo isso para chegar na sala de aula.

Então, quando eu digo que eu sou uma insubordinada é porque eu não aceito só a Matemática, eu não aceito só o que a Sociologia, ou só o que a Psicologia da Cognição, ou só o que as regras da Didática, e as regras que os grandes teóricos de aprendizagem me trouxeram, para mim, todos os ingredientes têm que ser entremeados, têm que ser batidos continuamente em conjunto, não podem ser separados. Eu sou uma insubordinada porque eu estive no chão da escola. Eu passei pela criança cortadora de cana, pela que morava na favela, eu comi macarrão com

⁵ Ary Norton de Murat Quintella (1906 - 1968) foi um professor brasileiro, catedrático de Matemática do Colégio Militar do Rio de Janeiro. Foi autor de mais de vinte livros didáticos de Matemática. Escreveu, ao lado do professor Jaime Bezerra, os dois primeiros volumes de uma série de seis sobre Matemática Moderna.

salsicha nos CIEP do Rio de Janeiro. Portanto, muito mais do que o tempo que eu estava só dentro da Matemática, fazendo Matemática Pura, não foi Integral de Lebesgue que me deu a visão do Brasil que eu tenho hoje.

A Matemática me ajudou a ordenar os meus pensamentos para que eu tenha essa visão hoje. A lógica matemática, a metamatemática⁶ que está por trás da lógica... É essa metamatemática que me ajuda a entender o porquê eu preciso ensinar a diferença entre o “para todo” e o “existe”, porque tem uma lógica por trás, para que o sujeito consiga formar a definição com significado de um determinado conceito. Então, para mim, não podemos falar “encontrei um exemplo” sem ter feito com que a criança, o jovem ou o adulto, que está lá na escola, no curso de especialização ou no mestrado, tenha entendido a definição daquele conceito na realidade. Ela vem de uma rede de pensamentos que deve ser organizada na cabeça desse sujeito aprendiz, adulto ou criança, para que ela se torne em uma definição. E depois dessa definição, a pessoa vai criar o contraexemplo, mas para chegar ao significado dessa definição, esse aprendiz tem que vivenciar exemplos e não-exemplos. É objeto do mesmo elemento que ele quer caracterizar como elemento matemático, então, para fazer isso há todo um processo cognitivo a ser percorrido.

3) Ana, a gente chegou na parte do seu mestrado, você falando dessas questões da Matemática Pura e da sua não negação a essa Matemática e falando do chão da escola como um chamamento o tempo inteiro. E depois do mestrado que você já estava na UFF, o que aconteceu depois disso? Quais foram as suas situações de vida, o porquê a escolha do doutorado veio muitos anos depois? Queríamos que você contasse um pouquinho para gente o porquê de essa escolha por um doutorado em Educação.

Tiveram dois momentos cruciais, o primeiro momento foi quando eu fiz um concurso para o Departamento de Análise. Em 1970, quando eu comecei a dar aula na UFF, não havia concursos públicos, havia concursos departamentais. A minha intenção era trabalhar com Análise Matemática. Com a vinda do Aldemar, ele me deu forças para terminar o mestrado em Análise Matemática e aí, em 1972, eu concluí. Na UFF, a minha dissertação foi a primeira em Análise

⁶ KLEENE, S. C. **Introduction to Metamathematics**. Wolters-Noordhoff Publishing, Groningen. North-Holland Publishing Company, Amsterdam - London. American Elsevier Publishing Company, New York. 1971.

Matemática, as demais e anteriores a minha, foram em Lógica Matemática. Por causa da minha formação em Análise, Constantino Menezes de Barros⁷ me convidou, na época, para estudar Geometria Diferencial com ele aos sábados. Ele tinha um núcleo de pesquisa em Santa Teresa, no Rio de Janeiro, então, durante o último ano do mestrado, eu ia todos os sábados. Mas algumas pessoas do Departamento de Análise não aceitavam essa minha ida para estudar com o Constantino, porque pra mim, era uma abertura de horizonte, né? Com a mente brilhante que o Constantino tinha para a Geometria e que eu não tinha, mas queria ter, eu fui estudar com ele. Em seguida, eu defendi a dissertação e eu me lembro de que, em 1973, eu dei cursos de Análise Superior, Análise Matemática 1, 2 e 3. O único curso que eu não ministrei no Departamento de Análise foi o de Álgebra. Na época, a UFF não tinha disciplinas de Cálculo. Cálculo Diferencial e Integral não era uma disciplina nem do bacharelado e nem da licenciatura, mas alguns temas de Cálculo foram incluídos nas ementas de disciplinas de Análise. Então, como eu sempre amei Cálculo, eu ousei em incluir alguns exemplos na disciplina de Análise Superior.

Um belo dia, viajei de férias para o exterior. Fui para os Estados Unidos, depois para Europa, e quando chego de volta ao Brasil, muito feliz com o que tudo eu tinha visto, tinha conhecido ótimas bibliotecas, voltei com a ideia de continuar os estudos lá fora. Porém, quando eu cheguei no Departamento de Análise, fui surpreendida com uma decisão, já resolvida em reunião departamental, da minha transferência para outro Departamento e, como já estava trabalhando com Constantino, ele me levou para o Departamento de Geometria. Mas, eu me sentia com as duas mãos esquerdas, eu nunca desenhei bem, sempre desenhei mal, para mim, sempre foi um caos, eu não enxergava o 3D como deveria enxergar. Então, eu sou fruto dessa necessidade de enxergar o 3D. E fui dar aula de Geometria, sem enxergar o 3D.

Após 2 anos dando aula de Geometria, meu marido recebeu uma bolsa de estudos para estudar na Alemanha. E, nesse ínterim, eu engravidei. Como eu fui operada três vezes antes da gravidez, eu sabia que quando eu engravidasse eu teria que deixar tudo, pois eu não poderia andar. E foi o que eu fiz, primeiro, pedi licença médica. Na época, a Nedir do Espírito Santo⁸ era monitora das disciplinas que eu lecionava, e como eu não podia andar, estava de cama, a Nedir ia para

⁷ Constantino Menezes de Barros (1931-1983) era docente do Departamento de Geometria (GGM/UFF) e diretor do Núcleo de Ensino e Pesquisas em Ciências do Rio de Janeiro (NEPEC).

⁸ Atualmente, Nedir do Espírito Santo é Professora Associada da Universidade Federal do Rio de Janeiro, com ênfase na formação de professores.

minha casa e eu a orientava sobre o que que ela deveria dar em aula, porque não tinha professor para me substituir, e foi a Nedir quem me substituiu. Ela começou na UFF me substituindo, ficava sentada ao lado da minha cama e eu dizendo pra ela o que eu esperava que acontecesse na aula.

A mulher, nessa época, sofria muito, principalmente, pelo machismo dentro da Universidade. Era uma época onde as coisas eram muito veladas, tudo era falado às escondidas, existiam assédios que todo mundo sabia que aconteciam, mas ninguém falava nada. Nós éramos 3 ou 4 professoras novas, chegando nos departamentos, algumas até saíram e foram embora. As mulheres que estavam no Departamento de Análise quando eu entrei eram todas ligadas à área de Educação, ainda não tinha faculdade de Educação separada da licenciatura. Por volta de 1985, deveriam ter uns 12 a 15 professores, desses, apenas 4 ou 5 eram mulheres. Nós fomos a primeira leva de mulheres novas e era impressionante observar a necessidade de agressão que certas alunas da Matemática tinham com as professoras. Eu fui estudar Psicologia para entender essa mulher que fazia Matemática, que pegava a Matemática como quase uma arma para se cercar ou ser violenta contra aquele machismo que existia dentro do curso. Então, eu fui entendendo que muitas mulheres, aquelas meninas se transformavam bélicas contra nós, porque elas precisavam aprender a lutar conosco a como se defender daquele machismo que acontecia. Eu fui uma das poucas mulheres que era nova, casada e que estava ali para fazer uma vida estruturada, constituindo uma família, querendo ter filhos. Mas, a única maneira de se ter um filho era quase renunciando ao que você estava fazendo. Como meu marido recebeu a bolsa e ele já era concursado, efetivo, na UFRJ, a lei permitia que o funcionário público, quando ia para o exterior, levasse o cônjuge que era funcionário público. Então, eu pedi licença sem vencimentos da UFF para que eu pudesse acompanhá-lo e só voltaria no dia que ele voltasse. Isso foi aceito pelo Departamento de Geometria e eu fui. Fui criar meu filho porque, para mim, era a coisa mais importante. Então, renunciei a tudo, naquele momento, para criá-lo.

Quando eu saí do Brasil e fui para a Alemanha, para Hamburgo, eu comecei a entender o que era política internacional, como era viver em um país democrático, viver em um país livre, que era a Alemanha Ocidental, e ver um país que se chamava República Democrática da Alemanha, que era um país oriental, comunista. Foi lá que entendi o que era o muro de Berlim e o que era a fronteira da Alemanha e também o que era “pogrom”, ligado a perseguições étnicas e

religiosas e que existiam aos montes na Europa. Eu fui descobrir isso visitando uma igreja em Berlim, onde no subsolo, tinha uma exposição sobre os pogroms que aconteciam na Europa. E eu entendi que no Brasil também tinham perseguições raciais, de gênero etc. Eu fui entender realmente a escravatura no Brasil naquela exposição. Então, lá eu perdi a ilusão de um Brasil apolítico, de uma ciência matemática apolítica. Tudo isso foi formando na minha cabeça uma ideia de mundo muito diferenciada daquela que eu vivia, diferente daquele casulo, daquela redoma de vidro que se vivia dentro da Matemática Pura, de se fazer aquelas teorias que eu não aceitava como teoria pura, e que já eu tinha um chamamento desde o chão da escola. Eu fui entender esse chamamento frente a essa conotação política que eu vivi lá. E essa política começou a me mostrar o que era aquela a ditadura que vivíamos no Brasil, onde qualquer coisa contra o governo aparecia era censurada. Daí, eu lia a revista, eu ouvia a rádio do mundo comunista e eu lia o jornal em alemão, de Hamburgo, e eu conseguia fazer comparação entre os momentos políticos que o Brasil vivia e os momentos políticos que eu estava vivendo na Alemanha. E aí, eu comecei a entender a necessidade de a mulher entender de política, olhar que a Matemática era uma ferramenta política, mas eu nunca quis fazer uma política partidária, mas sim, uma política educacional. Mesmo que eu não escrevesse sobre isso, a minha fala sempre foi política. Hoje, eu tenho consciência que eu tinha medo, mas eu não aceitava aquilo que era imposto.

O medo sempre esteve presente durante a ditadura, o medo esteve presente na Alemanha, mas a necessidade de conhecer, como mulher, como mãe, começou a se manifestar muito forte na Alemanha, no momento em que meu filho foi para uma escolinha psico-analítica, e eu comecei entender a sociedade alemã, as famílias alemãs, o que regia aquela sociedade nos *undergrounds* daquela sociedade. E ali eu comecei a me interessar pela Psicologia e comecei a querer ler Piaget, que eu tinha que nunca tinha ouvido falar durante a licenciatura, fui começar a entender que a Psicologia Cognitiva poderia fazer diferença naquilo que eu já achava que acontecia nas dificuldades dos alunos, que não entendiam os primeiros axiomas, as axiomáticas mais elementares, quando eu comecei a introduzir Geometria não Euclidiana. E lá na Alemanha, eu comecei a perceber que deve ter *underground* no nosso cérebro, que não é só a Matemática que vai determinar. E daí, foi que eu comecei a querer ir para Psicologia. Foi quando o Constantino, muito sabiamente [a gente se encontrou duas vezes na Europa] me telefonou na última semana

que eu viria embora, e disse que iria me buscar no aeroporto. Ele sabia que eu iria largar a Matemática, que eu iria deixar a UFF. Cheguei ao Brasil num sábado, ele estava lá e me levou para casa. O Aldemar e ele foram à minha casa no domingo conversar comigo e me disseram: “você vai voltar, você vai ficar e depois, se você quiser, você renuncia a Matemática. Você vai ficar conosco até você conhecer o Brasil de volta, conhecer o que nós estamos fazendo, o que o Brasil tem de novo, que nós também não sabemos muito bem, mas você vai voltar e depois você renuncia”. E eu fiquei na UFF por 48 anos.

Muitos me perguntam a razão de só ter vindo a fazer o doutorado depois de tantos anos de trabalho nos cursos de Matemática. A resposta é simples: havia muito a ser feito no âmbito da Licenciatura da UFF e como a opção pela área da Educação Matemática sempre fora questionada pelo Departamento, pois muitos professores questionavam se essa seria uma área legítima de pesquisa em um instituto de Matemática, somente em 1998 me senti livre para seguir a minha vocação acadêmica de educadora matemática.

Nós temos que ter resiliência, nós somos mulheres que gestamos, gerimos casa com companheiros ou não, nós organizamos tudo isso e vamos para a sala de aula. Quando a gente vai para a sala de aula, muitos negam que isso possa perturbar, mas isso perturba. Então, dizer que a mulher tem chances acadêmicas iguais às do homem, isso não é verdade, a mulher precisa de muita resiliência para enfrentar tudo isso. Por isso, é importante discutir sobre mulheres na Matemática, mulheres que fazem Matemática, mulheres negras na Matemática e o mais importante é discutir o respeito pela mulher. Isso é o mais importante e envolve a relação do assédio, a relação do respeito pela educadora, o respeito pela mulher que faz Matemática. O que posso dizer: “Não renuncie nunca ao seu chamamento de alma”.

4) Ana, conte-nos um pouco sobre a origem do seu envolvimento com os Laboratórios de Educação Matemática.

Eu cheguei no Brasil de volta da Alemanha no finalzinho da década de 1980, daí observei dentro da Matemática algumas coisas que, para mim, eram absurdas, principalmente que tinham diversas linhas dentro do curso de Matemática. Era muito confuso, eu via algumas dicotomias, incoerências que precisavam ser tratadas. Uma delas era a existência de uma disciplina de Geometria não

Euclidiana, mas não existia a disciplina de Euclidiana, então, como é que você poderia ensinar não Euclidiana para a graduação?

Eu fui observando o que acontecia e comecei a ver com a perspectiva mundial, com aquele olhar que não era mais um olhar ingênuo, mas com aquele olhar que tinha passado pela Europa. Eu vim para cá [Brasil] e comecei a dizer o que a gente pode fazer de diferente. Para mim, a palavra mais importante da língua portuguesa, é a palavra transformação e isso eu aprendi na Química, que transforma uma matéria, um elemento químico. Para mim, tão importante quanto as transformações da Química é a transformação de uma mente. Ela tem que ser transformada para a realidade que não é determinista. É uma realidade que flui como o rio da vida que passa por nós. Então, não adianta você querer só falar sobre verdades absolutas, matemáticas, você tem que transformar isso em algo que o ser humano, que trabalha com você, possa absorver. E a escola, o ensino básico está aí e você tem que chegar nele... e quando nós chegávamos, se nós nem Geometria Euclidiana ensinávamos? Esse questionamento foi o que me levou nos primeiros anos. Além disso, eu já tinha começado uma nova pesquisa com o Constantino, eu ia estudar filosofia, história e fundamentos de geometria para fazer uma fusão de tudo isso. No entanto, em 1983, o Constantino faleceu e, naquele momento, eu perdi aquela pessoa que me ajudava a trazer esse novo que ele também acreditava. E daí, eu me vi em um departamento que negava a pesquisa para o lado educacional. Se eu quisesse travestir a minha pesquisa só sobre aspectos geométricos, eles aceitariam, mas não com os aspectos voltados para a Educação.

Por volta de 1985, com o início do Projeto Fundão, eu conheci Maria Laura Mouzinho Leite Lopes. Eu me apresentei a ela e disse que estava interessada na parte de Educação, e ela me disse: “Mas você não está dentro daquelas loucuras todas de lógica, né?”. Eu respondo para ela: “Eu já fui punida por isso há uma década”. Então, ao me aproximar de Maria Laura, eu me aproximei como alguém que já era insubordinada e ela me ensinou muito sobre insubordinação. A insubordinação que existe em mim, existiu sempre. Então, a década de 1980 foi uma década de preparação do meu espírito, para que eu pudesse quebrar com aquele mito de que tinha que ser a Matemática, a mulher que faz Matemática não pode fazer Educação, tinha que fazer Matemática porque ela tinha que se impor como mulher matemática e eu não aceitava isso. Eu achava que ela tinha que se impor também como educadora e como professora de Matemática, então isso, pra mim, foi se tornando claro na década de 1980.

Nesse período, o Arago de Carvalho Backx⁹ e a Rosa Nader Rodrigues¹⁰ começaram o primeiro projeto de Educação Matemática da UFF, que é aceito pelo MEC. O Arago era um cara da escola e, com isso, nós começamos esse projeto. No primeiro ano, eles coordenaram; no segundo ano, eu coordenei com Arago. Meu marido trouxe dos Estados Unidos uma série de livros sobre van Hiele. Eu tinha feito um curso na USP com o professor Claude Gaulin¹¹, do Canadá, e lá, pela primeira vez, escutei o nome van Hiele e a palavra visualização. O modelo de van Hiele e a palavra visualização foram o farol que iluminou para mim, o que eu precisava. Foi o primeiro passo que disse para mim mesma: você tem dificuldades com a Geometria porque você não tem a habilidade da visualização desenvolvida. Eu tinha 2 mãos esquerdas, não conseguia desenhar direito, então eu já usava alguns aparelhos que eu construía na década de 1980. Sim, muito primariamente para levar para a sala de aula porque eu não conseguia desenhar direito. Então, o reconhecimento da dificuldade do outro, para mim, devido a minha experiência de vida, começa no momento que eu reconheci as minhas próprias dificuldades. E o que são os não visualizadores? São aqueles que são analisadores, são aqueles que usam o cérebro de uma forma analítica. Isso tudo estava dentro de mim, mas eu precisava de buscar teorias que me validasse.

No começo da década de 1990, eu fiz alguns projetos. Na época, nós mesmos levávamos os nossos projetos e os apresentávamos no balcão do CNPq Rio de Janeiro. Durante 3 anos, tive bolsa do CNPq para os alunos. Nunca recebi bolsa, mas os alunos tiveram e aí, a gente começou a trabalhar visualização na geometria e visualização na trigonometria. Nesse período, o Luiz Antônio Cruz¹², que era o diretor do Instituto de Matemática, me disse: “Ao lado da sala da direção, tem uma salinha que é o lixo no Instituto, ela está cheia de móveis lá. Se você conseguir se livrar daquele lixo, eu te dou a sala pra você fazer um laboratório, porque você está levando todos os alunos que são seus bolsistas para sua casa, né? Porque você não tem lugar para trabalhar aqui dentro”. Eu respondi: “Tudo bem, então vamos lá”. Meu marido tinha acabado de fazer concurso para titular na UFRJ, contei a situação para ele, que sempre gostou muito de marcenaria. Ele disse: Está bem, enquanto você dá aula à noite, eu vou com você e vou retirando o lixo e desmontando os móveis”.

⁹ Arago de Carvalho Backx era professor do Departamento de Análise (GAN/UFF).

¹⁰ Rosa Nader Rodrigues era professora do Departamento de Análise (GAN/UFF).

¹¹ Claude Gaulin (1938 - 2020) foi professor pesquisador do Departamento de Didática da Faculdade de Ciências da Educação da Universidade Laval, no Canadá.

¹² Luiz Antônio Cruz (s.d. - 2024) foi professor do Instituto de Matemática da UFF e diretor do Instituto entre os anos de 1995 e 1999.

E assim ele fez. Com a ajuda de um secretário do Instituto, eles montaram 19 armários, 5 ou 6 mesas e tiraram o lixo da sala. Em 6 meses, eu tinha sala, móvel para trabalhar e daí aquilo que eu fazia em casa, o material que tinha comprado com dinheiro do CNPq para os alunos, eu levei tudo lá para dentro e começou o Laboratório de Ensino de Geometria (LEG).

O LEG é um local que foi de um lixão transformado em laboratório, isso ocorreu em 1994. Ele tem um estatuto próprio¹³ registrado no Instituto de Matemática, ligado ao Departamento de Geometria. Ele é um local da universidade, que hoje em dia pode se chamar de “um entrelugar”, que nunca teve por característica ser apenas um repositório de recursos didáticos do tipo material concreto manipulável. Por um lado, nós visávamos a criação de recursos didáticos singulares, por serem artesanais e de baixo custo, para o ensino de Matemática, principalmente da Geometria Euclidiana e da introdução às Geometrias não Euclidianas, por outro lado, tínhamos o objetivo da pesquisa de métodos didáticos adequados à aplicação desses recursos com vistas ao desenvolvimento de habilidades matemáticas de alunos da Escola Básica, licenciandos e docentes em formação continuada.

Até 2004, demos prioridade a maneiras diversificadas de se representar formas geométricas por meio da modelagem concreta e atividades relacionadas a se colocar a “mão na massa”. A partir daquele ano, representações virtuais também foram incorporadas às atividades do LEG. Desta forma, tínhamos o objetivo de contemplar a formação inicial e continuada do professor, com a aquisição de habilidades geométricas, com vistas a uma efetiva profissionalização. Era na direção de se “fazer com as mãos” e de se levar o aluno e os professores a “colocarem a mão na massa”, nos recursos didáticos artesanais de baixo custo criados no LEG, que buscávamos levar o aprendiz à autonomia para a vida, por meio do entendimento do significado dos conteúdos matemáticos. Desde o início da década de 1980, buscávamos utilizar uma perspectiva de ensino relacionada ao construtivismo piagetiano. Nessa direção, nos apoiávamos em Zoltan Dienes¹⁴ que sugeria apresentar ao aprendiz diferentes materiais concretos manipuláveis representantes de um conceito matemático visando ao entendimento do mesmo.

Como já comentei, com vistas ao ensino da Geometria, nos apoiamos também no Modelo de van

¹³ Determinação na 274ª reunião do GGM de 03 de maio de 1995.

¹⁴ DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. *Coleção os primeiros passos da Matemática*. São Paulo: Herder, 1969. (v. 1-3).

Hiele¹⁵ do desenvolvimento do pensamento geométrico, também de origem piagetiana. No entanto, não tomamos os níveis cognitivos de aprendizagem de um conceito como preconizados pelo Modelo, ou seja, como instrumentos de avaliação do estado do conhecimento geométrico do aluno, mas os consideramos como estratégia de ensino do conceito. Assim, as atividades, para o aluno, seguiam a sequência crescente dos níveis de aprendizagem.

Resumidamente, segundo o Modelo de van Hiele, a aprendizagem de um objeto geométrico inicia-se no “nível da visualização”, quando o aprendiz vê (usando a visão) um desenho do objeto em questão, e percebe, na sua mente, a totalidade de traços. Este nível é seguido pelo “nível da análise”, em que as características geométricas do conceito desenhado são percebidas. Segue-se o “nível da ordenação informal”, em que, pretensamente, o aprendiz chega a uma primeira organização destas características e a definição do conceito pode ser compreendida; assim, estar apto a atingir o “nível do rigor” da conceituação do ente geométrico. Por outro lado, a adoção dos conceitos de “visualização”, “imagem de um conceito” e “visualização mental de um conceito”, como propostos por Rina Hershkowitz e Schlomo Vinner, veio ampliar a fundamentação teórica das nossas pesquisas, permitindo um entendimento mais acurado das necessidades cognitivas de crianças e adultos para o desenvolvimento de conceitos geométricos. Tudo isso, nos levou, no final da década de 1990, à Teoria dos Registros de Representação Semiótica¹⁶, a qual foi acrescida às pesquisas que passaram a levar em consideração as diferentes representações semióticas (gráficas ou linguísticas) de um mesmo conceito com vistas à compreensão e ao entendimento do seu significado matemático. Ressalto que, nas três últimas décadas, predominantemente, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) também influenciaram a nossa caminhada acadêmica.

A partir de 2008, desenvolvemos estudos sobre como melhor criarmos e adaptarmos recursos manipulativos concretos e virtuais para serem utilizados na educação inclusiva de alunos com deficiência visual¹⁷. A inclusão, que foi um ato de insubordinação maior, porque no momento que

¹⁵ VAN HIELE, P. M. **Structure and Insight: a Theory of Mathematics Education**. Orlando: Academic Press, 1986.

¹⁶ DUVAL, R. **Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 1995.

¹⁷ KALEFF, A.M.M.R. (Org). **Vendo com as mãos, olhos e mente: Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual**. Niterói-RJ: CEAD/ UFF, 2015. Disponível

me disseram que os matemáticos já tinham a visualização e que as crianças não precisavam daquele material concreto, pois os materiais virtuais já davam conta de tudo, então, todo material que eu fiz a partir de 2008, foi focado nos videntes e nos cegos. Na direção da inclusão de pessoas com deficiência visual nas escolas regulares, iniciamos o projeto “Vendo com as mãos”, no qual foram realizadas ações didáticas e criados recursos inclusivos inovadores, especialmente, para pessoas com deficiência visual. A partir da nossa prática, fizemos recursos didáticos inclusivos criados ou adaptados com matéria prima de baixo custo e texturas diversas, com o objetivo de levar em conta a sensibilidade tátil do aluno com deficiência visual e auxiliá-los a formar imagens mentais por meio de outros sentidos, principalmente o do tato. A busca do significado matemático de um conceito não é uma tarefa fácil a ser realizada em um ambiente escolar, principalmente em uma escola inclusiva. Em suma, em nossa concepção de como levar o aprendiz (sem ou com alguma deficiência) ao significado matemático, pontuamos que os símbolos, representações semióticas e convenções matemáticas devem ser introduzidos no decorrer de uma atividade por meio da interação do professor com os alunos e mediados pela manipulação dos recursos concretos inclusivos.

Eu quero fazer um adendo para vocês e gostaria muito que vocês deixassem isso claro. Quando eu saí do LEG, em 2018, eu deixei 60 módulos instrucionais, isto é, material concreto com o caderno de atividade para ser trabalhado com os alunos. São mais de cem conceitos matemáticos que podem ser trabalhados nesses 60 módulos. Deixei uma biblioteca para surdos e cegos, com muitos livros e deixei um LEG montado com tudo para continuar o museu à distância, a itinerância. O que eu trouxe comigo, de acervo pessoal, foram materiais que eu juntei durante os meus 20 e tantos anos de LEG, que eram os restos que não serviam mais para o LEG, eram materiais que não eram mais usados. E eu tenho que dizer para vocês que eu nunca usei material estruturado, eu sempre construí material de baixo custo, então eram materiais semi quebrados, precisando de arrumação ou alguma coisa desse tipo. Nos dois últimos anos, antes de eu sair, eu tive duas bolsistas de extensão que me disseram: “A gente vai fazer um exemplar para você levar”. Então, o que eu tinha de novo foi o que essas duas meninas fizeram na minha casa para mim. Isso foi o que eu trouxe como acervo pessoal, então o acervo da UFF ficou na UFF montado lá no LEG e o acervo que, esse último ano,

em:https://www.researchgate.net/publication/372744160_VENDO_COM_AS_MAOS_OLHOS_E_MENTE.
Acesso em: 10 dez. 2024.

eu passei para a UFF de Pádua, para o IFF Nilópolis e uma parte para a UFES/Alegre é desse acervo feito dos restos do LEG. Então, eu quero deixar muito claro que tudo o que era da UFF, ficou na UFF, inclusive livros meus encapados em couro com meu nome Kaleff ficaram lá porque esses livros já faziam parte do acervo do LEG. Ou seja, eu não retirei materiais do LEG, pelo contrário, o LEG sempre recebeu coisas minhas, e a coisa que eu mais deixei dentro do LEG foi o meu coração.

5) Um pouco depois da pandemia, veio com mais frequência as questões de metodologias ativas, junto, vieram as discussões sobre “faça você mesmo”, sobre reinventar a sua prática e, no meio desses dessas tantas metodologias ativas, vem a chamada *cultura maker*, que é muito próximo do que você fez no LEG, então eu queria que você comentasse um pouco sobre isso, porque é algo que você vem discutindo nos últimos anos.

A cultura *maker* no Brasil só começa a ser falada em 2015, que é mais ou menos quando se começa a falar de metodologias ativas, com a BNCC¹⁸ etc. Mas, a cultura *maker*, na realidade, começa em 1925 com a chamada Escola Waldorf, fundada por Rudolf Steiner na Alemanha e daí, vem toda a linha *maker* europeia, depois veio a linha *maker* feita nos Estados Unidos, que vai influenciar a nova escola com Anísio Teixeira, que quer colocar laboratório etc. Então, tudo isso está amarrado, mas o principal que eu quero dizer para vocês, que a metodologia ativa foi o que sempre fizemos dentro do LEG. O LEG foi onde eu fiz a metodologia ativa e fiz o *maker*. O foco era o sujeito que estava na minha frente, não era o professor, o foco era o aprendiz, para que ele/ela aprendesse a ser independente, a ser um ser independente no seu pensar, que tenha ideias próprias, que crie e que tenha criatividade. Seja a área que for, ao trabalhar com esse ser humano, fazendo com que ele/ela pense no seu fazer, no que ele está fazendo, como ele interage com o mundo, isso Piaget, Dienes, Ubiratan D’Ambrósio já falavam. A novidade é que hoje fala-se de uma ideia americana no Brasil e nós, mais uma vez, esquecemos ou não valorizamos o que já fizemos por aqui. Nós que trabalhamos durante décadas no chão da escola brasileira, fomos esquecidos porque, muitas vezes, olhamos para fora, sem reconhecermos que nós temos uma identidade própria. Não podemos negar

¹⁸ BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF, 2017.

tudo o que foi construído antes de nós na Europa, no Oriente Médio, na Índia, na China, na África, mas tudo isso que foi feito pode ser trazido para nós, para que nos reconheçamos como um povo com um fazer próprio. Para mim, esse momento é de grande reflexão. É o momento de a gente olhar para essa metodologia ativa que nós sempre fizemos em sala de aula e ver quem são os brasileiros que já fizeram e fazem isso. Olhar para os laboratórios que foram feitos por Sérgio Lorenzato, Etiene Guérios e muitos outros que tanto fazem metodologias ativas.

6) O que você diria para as pessoas que estão pensando em criar um laboratório agora dentro das escolas que trabalham?

Vocês estão fazendo exatamente a mesma pergunta que me faziam lá na década de 1990. Eu respondia assim: “Você quer um laboratório?” E a pessoa dizia: “Mas é claro que eu preciso do laboratório, eu preciso ter material concreto, eu preciso fazer isso com os alunos”. Eu perguntava: “Para que que você vai fazer?” Quem for montar um laboratório e não souber o que vai fazer com ele, vai ser mais um depósito de material, aquilo que eu critico desde sempre. Você não precisa comprar material. Pode pegar o meu livro de 2023¹⁹ e ver os materiais que a gente fez ali e fazer em qualquer escola que não tem dinheiro. Tem que ter um propósito. “Ah, a BNCC fala que precisa”, mas o que é a BNCC? Um jogo de regras, uma lista de regras vigentes no sistema educacional. Para quê? Para que você pense sobre as regras, analise essas regras e coloque aquilo dentro da sala de aula, mas com a sua cabeça, com a sua determinação, com aquilo que você acha que deve ser para o aluno.

Eu luto por uma educação pela Matemática e não para a Matemática. Eu não estou interessada em formar matemáticos profissionais, eu estou interessada em formar pessoas independentes para a sociedade. Cada vez mais nós vamos ser dominados pela Inteligência Artificial (IA), então nós temos que estar preparados para isso. Nós temos que preparar as pessoas para isso. Como vai ser? Eu não sei. Nós estamos começando dentro da IA, só que nós estamos sendo dominados por ela, mas nós não podemos deixar isso acontecer. Tem uma coisa que não é só a IA que domina, que é

¹⁹ KALEFF, A.M.M.R. **Recursos didáticos em Educação Matemática**: um repositório comentado. Divinópolis-MG: Meus Ritmos Editora, 2023. Disponível em: <https://www.conecta.mat.br/2023/06/16/livro-gratuito/> Acesso em 10 dez. 2024.

a inércia. E muitos professores ficam inertes quando vêem uma dificuldade. O salário é péssimo, temos um monte de coisa para enfrentar, mas isso é outro assunto... nós não podemos ser inertes perante o que está vindo. Sabe o que eu vejo hoje na internet? Pessoas pedindo material pronto, venda de material pronto, cada vez mais materiais disponíveis para o professor, para que ele compre, pegue aquela receita de bolo e aplique. Então, esse professor não entende quem é o aluno dele, que tem as dificuldades devidas ao físico, ao intelectual, especificidades sociais, cognitivas etc. Mas, esse professor vai querer comprar, pois ele/ela é inerte, está sobrecarregado/a... não estou justificando, mas ele não pode só pegar aquele material comprado e aplicar, porque aquele aprendiz que está com ele é único. E para que eu trabalho, para quem eu trabalho? Não é só educar pela Matemática, é educar para independência, e isso não é a IA que irá fazer, somos nós humanos, de ser humano para ser humano, e nunca se falou tão pouco do ser humano.

7) Que cuidados o/a professor/a deve ter ao desenvolver atividades em um LEM?

Quando ele/ela estiver planejando a atividade, deve escolher uma situação-problema que fomente habilidades autônomas dos aprendizes, levando-os a terem ideias criativas e provoquem conjecturas e discussões. Nunca é demais reforçar que a situação-problema deve tanto ser acessível a todos os alunos (incluindo aqueles com alguma deficiência) como mobilizar concepções diretamente ligadas ao conceito matemático visado.

Esse/a docente precisa ter muita clareza sobre o conhecimento matemático envolvido com o conceito em questão, sobre a legitimidade e a utilidade das estratégias lógicas que o envolvem (como regras de inferência, convenções, definição, propriedades e teoremas), estar atento para acompanhar a argumentação dos alunos e saber reconhecer o papel fundamental do recurso didático como ferramenta de mediação semiótica.

Considero o “recurso didático como uma ferramenta de mediação semiótica”²⁰ quando usada pelo docente para intervir intencionalmente na aprendizagem da representação de um conteúdo, ou ente matemático, por meio de símbolos e sinais.

Embora a maioria das representações dos objetos matemáticos, principalmente geométricos,

²⁰ BUSSI, M.G.B.; MARIOTTI, M.A.. Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In: ENGLISH, Lyn; et al (Eds.) **Handbook of international research in Mathematics Education**. 2 ed. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2008. p. 746-783.

apresentados na escola seja perceptível visualmente ou de maneira tátil, é imprescindível que os docentes conheçam o seu papel fundamental como mediador semiótico para o desenvolvimento cognitivo da habilidade da visualização na interação com as representações, isto é, da habilidade de se perceber (mentalmente) o objeto [geométrico] em sua totalidade, com a percepção sensorial (como van Hiele considerava) das diferentes representações possíveis desse objeto. Ou seja, não confundir ver com os olhos da mente (visualizar) com ver o objeto (enxergar e ver a imagem real, visual ou tátil do objeto físico) por meio do aparato sensorial, principalmente daquele advindo das imagens visuais ou táteis geradas por representações em um desenho (gráfico ou em alto-relevo), sinais, fotos, traçados gráficos computadorizados etc²¹.

Eu sou uma educadora matemática, porque antes de tudo, para mim, vem a aprendizagem. Quem trabalha numa sala de aula, seja em que nível for, precisa entender que a pessoa que está na sua frente pensa diferente, que as formas de pensar são diferenciadas. É uma rede complexa de interações de pensamentos. Não é um pensamento só que forma o pensamento matemático, que forma o pensamento humano. Mas para isso, é preciso entender um pouco do que significa representação do pensamento, o que é representação semiótica, o que são linguagens. Nós mesmos falamos coisas diferentes do que pensamos. Isso eu aprendi com Gaulin, em 1988, e depois, eu fui estudar a visualização e os registros semióticos para poder dizer que não é só a linguagem proposicional, não é só a linguagem lógica, não é só a linguagem algébrica que estão por trás de um pensamento matemático.

Olha, eu sou educacionista, todo mundo sabe disso. Eu não sou educadora matemática normal, eu estou interessada que os alunos entendam matemática para dominar a pobreza de um sistema que tem classes com diferenças sociais imensas, que não são causadas só pela pobreza, mas também pela arrogância humana, pela soberba e orgulho humano por uma necessidade desenfreada de riqueza. Não fomos formados para trabalhar nem com a cognição nem para entender o pensamento do outro. E agora vocês, professores da atualidade, estão confrontados com crianças que estão trabalhando com computadores, com celulares e outros aparelhos que mesmo vocês não sabem dominar. E vocês serão obrigados a trabalhar com essas crianças, com esses cérebros que estão

²¹ KALEFF, A. M. M. R. Obstáculos cognitivos e registros semióticos frente à habilidade da visualização na aprendizagem das Geometrias (Euclidiana e não Euclidianas). In: BAIARRAL, M.; BRAVO, G.; IZAR, S. **Retratos de experiências para visualização em Geometria** (Orgs.). Seropédica/RJ: EDURRJ. 2022, p. 09-22.



sendo totalmente dominados por toda essa tecnologia.

Desejo a todas as professoras e todos os professores muita sorte e empenho frente aos novos desafios, muita resiliência e perseverança. O Brasil merece que acreditemos em dias melhores.