

ARTIGO**doi** <https://doi.org/10.47207/rbem.v5i1.22458>**Pensamento algébrico: um olhar sobre a produção escrita de professores****SILVA, Vagner Henrique Osorio da**UFSCar. Licenciado em Matemática. <https://orcid.org/0009-0000-7943-7384>. vagner.osorio@estudante.ufscar.br.**OLIVEIRA, Paulo César**UFSCar. Doutor em Educação Matemática. <https://orcid.org/0000-0003-2514-904X>. paulooliveira@ufscar.br

Resumo: Dada a notoriedade do pensamento algébrico na unidade temática de Álgebra, contida na BNCC, apresentamos um estudo envolvendo 6 professores da educação básica, as suas concepções de ensino e conteúdo acerca da temática, durante a realização da disciplina de Fundamentos Metodológicos da Educação em Ciências e Matemática, no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas (Matemática), oferecido pela UFSCar, campus Sorocaba. Utilizamos um aporte teórico e metodológico para caracterizar esse forma de pensar. A produção de informações originou-se de relatos escritos dos mestrandos envolvidos em atividade desenvolvida no decorrer da disciplina, sob um contexto de abordagem qualitativa de pesquisa. Os resultados evidenciam pontos convergentes e divergentes sobre o pensar algebricamente, com base na literatura em questão.

Palavras-chave: Álgebra. Educação Básica. Aritmética.

Algebraic thinking: a look at teachers' written production

Abstract: Given the prominence of algebraic thinking in the Algebra thematic unit contained in the BNCC, we present a study involving 6 basic education teachers, their conceptions of teaching and content on the subject, during the course of Methodological Foundations of Science and Mathematics Education, in the Professional Master's Degree course in Teaching Exact Sciences (Mathematics), offered by UFSCar, Sorocaba campus. We used a theoretical and methodological framework to characterise this way of thinking. The information produced came from the written reports of the master's students involved in an activity developed during the course, within the context of a qualitative research approach. The results show convergent and divergent points about algebraic thinking, based on the literature in question.

Keywords: Álgebra. Educação Básica. Aritmética.

Pensamiento algebraico: una mirada a la producción escrita de los profesores

Resumen: Dada la prominencia del pensamiento algebraico en la unidad temática Álgebra contenida en el BNCC, presentamos un estudio que involucró a 6 profesores de educación básica, sus concepciones de enseñanza y contenidos sobre el tema, durante el curso de Fundamentos Metodológicos de la Educación Científica y Matemática, en la Maestría Profesional en Enseñanza de las Ciencias Exactas (Matemática), ofrecida por la UFSCar, campus Sorocaba. Utilizamos un marco teórico y metodológico para caracterizar esta forma de pensar. La información producida provino de los informes escritos de los estudiantes de maestría involucrados en una actividad desarrollada durante el curso, en el contexto de un enfoque de investigación cualitativa. Los resultados muestran puntos



convergentes y divergentes sobre el pensamiento algebraico, a partir de la literatura en cuestión.

Palavras-Clave: Álgebra. Educación Básica. Aritmética.

Introdução

O estudo sobre Pensamento Algébrico faz parte de pesquisas concluídas pelo segundo autor, em parceria com seus colaboradores (SOUZA; GIORDANO e OLIVEIRA (2024)). Nesse caso, o objeto matemático de estudo desses três pesquisadores foi o planejamento e desenvolvimento de tarefas relacionadas ao processo ensino aprendizagem de função exponencial, com alunos da segunda série do Ensino Médio. A produção de informações obtidas por Souza, Giordano e Oliveira (2024) submetida à análise, teve como suporte teórico tanto a caracterização de pensamento algébrico proposto por Almeida e Santos (2017, 2018) quanto a teoria dos registros de representação semiótica (OLIVEIRA; SOUZA e LOURENÇO, 2022).

Nessa presente pesquisa, o primeiro autor acompanhou o desenvolvimento da temática de Pensamento Algébrico, por meio de leituras de artigos e atividades avaliativas propostas pelo professor responsável (segundo autor) na disciplina “Fundamentos Metodológicos da Educação em Ciências e Matemática”, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE.

Na referida disciplina, a leitura e debates de artigos contemplou a compreensão de professores do Ensino Fundamental, bem como formadores de professores, acerca do significado do Pensamento Algébrico e em que medida eles reconhecem os elementos que o constituem. Dada a publicação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), a finalidade do ensino de Álgebra passou a ser o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Diante disso, foi contemplado o estudo de um artigo sobre as prescrições de habilidades e competências específicas sobre essa forma de pensar, assim como “se problemas propostos sobre sequências recursivas, que configura um dos conteúdos que compõem a unidade de Álgebra, estão sendo explorados em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental de modo a contribuir com o desenvolvimento desse modo de pensar” (RIGHI, PORTA e SCREMIN, 2021, p.1).

O relato dessa presente pesquisa, apoia-se sobre o referencial teórico de Almeida e Santos (2017, 2018) apresentado na próxima seção. Esses autores elaboraram um modelo para o pensar algebricamente por meio de cinco características: estabelecer relações como elemento central, modelar, generalizar, operar com o desconhecido e construir significado. O objeto dessa investigação consiste em identificar e reconhecer as características contida no modelo de Almeida e Santos (2017) para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Aporte teórico e metodológico

O modelo proposto por Almeida e Santos (2017), composto por cinco características, as quais utilizamos como categorias *a priori* por ser parte integrante desse aporte teórico, na análise do repertório de informações da nossa pesquisa, se constituiu através de contribuições clássicas da literatura sobre o tema Pensamento Algébrico. Pontualmente, a composição desse modelo está ancorado nas contribuições de Lins (1994), Blanton e Kaput (2005) e Radford (2006).

Na perspectiva conceitual de Lins (1994), o aluno está pensando algebricamente quando constrói significado para os objetos e a linguagem algébrica. Esse autor complementa que é possível construir significado para uma equação em diferentes campos semânticos, como por exemplo, o modelo da balança de dois pratos ou a composição partes e o todo.

Lins (1994, p.7) apresenta a partir de uma situação algébrica expressa por $3x + 10 = 100$, podendo ser representada no campo da balança de dois pratos como “de um lado três pacotes iguais e um peso de 10 quilos, e do outro um peso de 100 quilos” e para o campo de todo e partes como “um todo de valor 100 é composto de três partes de valor desconhecido e uma parte de 10”.

Outra contribuição da literatura para Almeida e Santos (2017) foi o trabalho de Blanton e Kaput (2005). Para esses autores, não é pelo fato de um aluno visualizar uma equação que ele a percebe como objeto algébrico, pois neste caso o pensamento algébrico é uma atividade exclusivamente humana, que surge das generalizações estabelecidas como resultado de conjecturas sobre dados e relações matemáticas e por meio de uma linguagem cada vez mais formal usada na argumentação.

Para Blanton e Kaput (2005) essas generalizações podem ocorrer por meio de diferentes linguagens como a natural, gestual, numérica ou simbólica, e o que determina a linguagem utilizada é o nível de experiência do aluno.

Radford (2006) estrutura a apreensão conceitual de Pensamento Algébrico apoiada em um tripé formado por três elementos inter-relacionados: o primeiro é de indeterminação, que é próprio para objetos algébricos básicos como incógnitas, variáveis e parâmetros; o segundo elemento proposto é que objetos desconhecidos são manipulados analiticamente; e por fim o terceiro elemento é o modo particular simbólico de designar objetos.

Ao analisar esses elementos propostos por Radford (2006) em uma equação polinomial do primeiro grau, tem-se que sua representação algébrica, $ax+b=0$ com os coeficientes “a” e “b” pertencentes ao conjunto dos números reais e, “a” diferente de zero, é a relação da indeterminação (primeiro elemento), pois não há um valor específico para a incógnita “x”. Todavia, se for atribuído valores numéricos para os coeficientes (“a” e “b”), as manipulações algébricas adequadas permitem obter o valor desconhecido de “x” (segundo elemento), e, por fim, a equação geral $ax+b=0$ com $a \neq 0$ e “a, b \in IR” constitui o terceiro elemento.

A partir desses três elementos, Radford (2006) considera o simbolismo alfanumérico como o sistema semiótico da álgebra por excelência, entretanto, a partir de uma perspectiva semiótica, os sinais também podem ser algo muito diferente. Além da história da Matemática mostrar, por exemplo, que a álgebra pode ser feita recorrendo a outros sistemas semióticos, como, por exemplo fichas coloridas movidas em mesa de madeira ou desenhos geométricos.

Diante dos apontamentos sucintos que compõe a obra de Lins (1994), Blanton e Kaput (2005) e Radford (2006) sobre o Pensamento Algébrico, Almeida e Santos (2017) concebem que o pensar algebricamente pode ser abordado por meio de cinco características:

- a) estabelecer relações: que se baseia na capacidade do indivíduo observar as diferentes relações entre os elementos que constituem uma tarefa matemática;
- b) generalizar: que é capacidade do indivíduo realizar a conversão e síntese das tarefas propostas para uma linguagem genuinamente algébrica;
- c) modelar: que é quando o indivíduo começa a construir um modelo matemático, não necessariamente algébrico, para representar o problema apresentado em linguagem natural;

d) operar com o desconhecido: que é como o indivíduo desenvolve e opera com a linguagem algébrica;

e) construir significado: que é quando o indivíduo consegue estabelecer um significado para o objeto matemático e, desta forma, diferenciar suas representações matemáticas.

Almeida e Santos (2017) sustentam que no cerne dessas características está a capacidade de estabelecer relações, e, subjacente a ela, porém, não menos importantes, estão as demais. Neste caso, os autores defendem que a primeira característica do pensamento algébrico desenvolvida e revelada por um sujeito é a capacidade de estabelecer relações, seguida pelas demais. Ressaltamos que as características que compõem o modelo proposto por Almeida e Santos (2017, p. 58), não ocorrem em uma determinada ordem, muito pelo contrário, os autores acreditam que elas “surgem e se desenvolvem de forma concomitante, e que o desenvolvimento de uma dessas características leva, conseqüentemente, ao desenvolvimento das outras”.

O modelo de Almeida e Santos (2018) tem como limitação o fato de considerar apenas um tipo de problema de estrutura algébrica, os problemas de partilha. Porém, os próprios autores reconhecem, com base em Radford (2006) a álgebra é composta por um extenso número de objetos matemáticos. Por conta disso, uma questão para pesquisas futuras foi formulada: “é possível adaptar o modelo aqui proposto para outros problemas de estrutura algébrica?” (ALMEIDA e SANTOS, 2018, p.366).

Na pesquisa de Souza, Giordano e Oliveira (2024) ampliamos tanto o objeto algébrico estendendo o modelo proposto para a análise de função exponencial, quanto expandimos o referencial teórico, articulando no pensamento algébrico a diversidade de representações matemáticas (OLIVEIRA; SOUZA e LOURENÇO, 2022); como forma de acesso ao objeto matemático que, na sua essência, é abstrato.

Na presente pesquisa, a coleta de dados foi obtida pelo produto de três atividades avaliativas produzidas pelos seis professores mestrandos, no decorrer dos estudos sobre o Pensamento Algébrico na disciplina de Pós-Graduação, conforme conteúdo disposto no “quadro 1”:

Quadro 1: Tarefas e objetivos para a reflexão do Pensamento Algébrico.

Tarefa proposta	Objetivo da atividade a ser desenvolvida pelos professores mestrandos
Se vocês tivessem que explicar a algum professor o que é o Pensamento Algébrico, o que diriam? Que tarefas vocês preparam e implementam com os seus alunos envolvendo o pensar algebricamente? (FERREIRA, RIBEIRO e RIBEIRO, 2018).	Compreender as concepções e prática dos professores em relação ao Pensamento Algébrico, expostas na primeira aula da disciplina.
Escolher uma tarefa para análise do Pensamento Algébrico e a estrutura de formulação de problemas (MALASPINA JURADO, 2018)	Reconhecer as características do modelo de Pensamento Algébrico e de formulação de problemas em uma tarefa selecionada por cada professor, com base no material apostilado ou livro didático utilizado em sala de aula, no ano letivo de 2023.
Produção de um texto reflexivo sobre o pensamento Algébrico após as leituras e debates ocorridos na disciplina de Pós-Graduação	As discussões ocorridas em sala de aula sobre o Pensamento Algébrico promoveu influências em sua prática escolar? Faça um relato escrito com base nas turmas que está lecionando, apresentando os objetos de conhecimento algébrico, trabalhados nesse período letivo.

Fonte: arquivo da pesquisa

A pesquisa que aqui se reporta, de natureza qualitativa e interpretativa (CRESWELL, 2010), visa compreender a concepção de seis professores mestrandos que atuam em escolas públicas estaduais e/ou municipais na região metropolitana de Sorocaba acerca do Pensamento Algébrico, com base no modelo teórico metodológico de Almeida e Santos (2017).

Esse grupo de professores, nomeados de A, B, C, D, E e F, com experiência de docência que varia de 5 a 15 anos, em média, por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE, disponibilizou utilizarmos os registros de suas atividades escritas para fins acadêmicos. Na seção seguinte dedicamos a discussão e resultados apenas da primeira atividade dos sujeitos participantes dessa pesquisa, por meio de fragmentos dos seus registros escritos.

Discussão e resultados relativos à “tarefa 1”

A primeira tarefa, conforme exposto no “quadro 1”, teve o propósito de compreender as concepções e práticas dos professores em relação ao Pensamento Algébrico. Para isso, sem buscar qualquer referência sobre o assunto em questão, foi solicitado aos participantes da pesquisa, no decorrer da primeira aula da disciplina de Pós-Graduação já mencionada, que produzissem um relato escrito que contemplasse o conteúdo de duas questões: se vocês

tivessem que explicar a algum professor o que é o Pensamento Algébrico, o que diriam? Que tarefas vocês preparam e implementam com os seus alunos, norteadas pelo Pensamento Algébrico? (FERREIRA, RIBEIRO e RIBEIRO, 2018).

A seguir, apresentamos a discussão dos resultados a partir das informações escritas produzidas pelos professores participantes da disciplina. A primeira questão que envolve explicar o que é Pensamento Algébrico, destacamos a resposta da “professora A”: *é a habilidade de resolver problemas matemáticos que envolvam variáveis, juntamente, com números, símbolos e operações, as quais precisam ser manipuladas corretamente para se chegar a alguma solução.* Nessa explicação, houve uma sinergia entre o pensar algebricamente como a capacidade de compreender e modelar problemas por meio de equações, inequações ou funções.

O conteúdo da segunda questão que envolve o tipo de tarefa desenvolvida em sala de aula, a professora A disse que trabalha com *resolução de problemas, muitas vezes problemas cotidianos com equações numéricas simples como por exemplo: o dobro da idade Maria somado a 5 é igual à idade de Pedro. Sabendo que Pedro tem 25 anos, calcule a idade de Maria. Assim o aluno poderá, por meio do Pensamento Algébrico usar a variável “x” representando a idade de Maria. Outro exemplo de implementação do Pensamento Algébrico, é a resolução de problemas de equações do primeiro grau envolvendo a balança de pratos, na qual o aluno de sexto ano do Ensino Fundamental, pode perceber que a equação se trata de uma igualdade entre os dois lados.* Em ambas as formulações de problemas, o objetivo da professora é desenvolver o pensar algébrico por meio da igualdade.

A resposta apresentada pelo “professor B” sobre o que é Pensamento Algébrico está diretamente ligada com *se deparar com uma situação e enxergar a álgebra nela.* Com base em Almeida e Santos (2017), esse professor não contempla com nenhuma das cinco características, pois na situação formulada por ele, o ponto de partida é uma igualdade formada por pela adição de duas parcelas: *temos R\$13,75 no bolso e queremos chegar em R\$30,00 para comprar um item. Quanto falta? É possível encontrar pessoas que tentariam “somar” até chegar aos R\$30,00, como nesse exemplo: “13+17=30, então é 29 e alguns quebrados...”, e por aí vai. Pensando de forma algébrica: $13,75+x=30$ equivale a $x=30-13,75$ que resulta $x=16,25$.*

No exemplo dado pelo “professor B”, a resolução inicia-se pela via da Aritmética com uma igualdade numérica. A implicação matemática *29 e alguns quebrados* não é abordada de modo a produzir significado, conforme modelo de Almeida e Câmara (2017). Nesse sentido é questionável a apresentação do pensar em forma algébrica, exposto pelo “professor B”: $13,75+x=30$ equivale a $x=30-13,75$ que resulta $x=16,25$.

O “professor C” concebe o Pensamento Algébrico como *a capacidade compreender e modelar problemas através de equações, inequações ou funções, perceber padrões e, através desses, conjecturar e generalizar*. De acordo com o modelo de Almeida e Santos (2017) fica explícita a capacidade de modelar na conversão do modelo matemático em equação, inequação ou função como no exemplo exposto: *solucionar problemas que podem ser modelados por funções do 1º grau, como o clássico problema do preço a pagar por uma viagem de táxi ou uber ou funções do 2º grau envolvendo problemas com o estudo de ponto de máximo ou mínimo*. A identificação e reconhecimento de padrões numéricos, sobre os quais conjecturas podem gerar a generalização, pelo modelo de Almeida e Santos (2017) pressupõe inicialmente o estudo das relações entre grandezas, as quais não são abordadas pelo “professor C”.

O “professor C” ao mencionar que *é essencial representar corretamente a situação através de uma equação ou função (quando necessário), realizar manipulações algébricas, investigar e testar hipóteses*, denota indícios de que o estudo adequado das relações entre grandezas permite utilizar representações matemáticas adequadas de equações ou funções, propiciando a produção de significados por parte do aluno em contextos algébricos.

O Pensamento Algébrico para o “professor D” envolve *a capacidade de criar modelos matemáticos a partir de conceitos e operações algébricas para resolver problemas cotidianos*. Como exemplo, o professor destaca *a introdução dos conceitos algébricos no final do 6º ano, utilizando enunciados simples: encontrar um número que somado com 5 resulta em 12*.

Ao considerarmos a capacidade de modelar com base no modelo de Almeida e Santos (2017) há uma contradição na compreensão do “professor D”. Para esses autores, o processo de modelar tem início com a construção do modelo matemático para representar o problema, geralmente, apresentado através do registro em linguagem natural. Na sequência, apresenta-se a equação caso o modelo matemático envolva uma igualdade.

Ainda nos registros escritos do “professor D” há outros exemplos de enunciados simples: *qual o número cuja a sexta parte é 7?* Esse professor argumenta que *geralmente os conceitos algébricos são introduzidos já no final do 6º ano do Ensino Fundamental, mostrando a necessidade de ter algo que “ocupe” o lugar de um número desconhecido dentro dos cálculos matemáticos.* De acordo com Almeida e Santos (2017), esse professor prioriza basicamente a capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido, ou seja, de forma analítica. Acrescenta-se a isso, tarefas envolvendo a determinação do valor numérico da variável “x”, como no enunciado proposto pelo professor D: *qual o valor da expressão $3x + 5$ se o valor de x for 4? E se for 3? E se for 2/3?*

Essa característica do modelo de Pensamento Algébrico envolve manipulações algébricas, segundo as leis da aritmética em relação à igualdade, até se chegar no valor de *algo que “ocupe” o lugar de um número desconhecido*, conforme palavras do “professor D”, ou o valor numérico de uma variável em expressões algébricas.

O “professor E” responde as perguntas propostas no formato de um texto único, sobre o qual, conseguimos identificar, as vezes de modo implícito, as cinco características do modelo de Pensamento Algébrico (ALMEIDA e SANTOS, 2017), com destaque na capacidade de compreender os símbolos matemáticos e suas propriedades, bem como a habilidade de conversão da representação matemática entre o registro na língua natural (enunciados) e o registro algébrico, no caso, equação.

Pensamento Algébrico para o “professor E” *é a capacidade de uma pessoa compreender os símbolos matemáticos, suas aplicações, como eles se comportam, suas propriedades, suas operações etc. Com esse domínio podemos interpretar uma situação e traduzi-la para a linguagem matemática. Desta forma podemos fazer uso da linguagem própria da matemática, com seus símbolos, para ampliar nossa compreensão de um problema e gerar a melhor solução para ele.* Potencialmente, nessa concepção destaca-se a compreensão dos símbolos matemáticos e a conversão da representação matemática entre os registros da língua natural e algébrico; aspectos essenciais do Pensamento Algébrico (ALMEIDA e SANTOS, 2017). No entanto, a concepção do “professor E” não contempla a característica central do Pensamento Algébrico, que é a capacidade de estabelecer relações entre os elementos algébricos.

O “professor E” na continuidade do seu relato escrito expôs a formulação de três tarefas que, em suas palavras, *envolvem o uso do pensamento algébrico*, conforme conteúdo do quadro 2:

Quadro 2: Exemplos de tarefas matemáticas para os anos finais do Ensino Fundamental

- 1- Pode ser uma mera expressão numérica como $58 + 30 = 25 + 70 - 7$ exigindo uma compreensão das operações de soma e subtração, bem como o significado do sinal de igual.
- 2- Uma simples equação como $12 + x = 26$, a qual exige habilidades de manipulação algébrica.
- 3- Dois amigos foram em uma loja e compraram produtos iguais, porém em quantidades diferentes. O primeiro amigo comprou um caderno e um estojo pagando R\$ 37,40 por esses produtos, enquanto o segundo amigo comprou 2 cadernos e um estojo pagando o total de R\$ 59,00. Descubra quanto custou cada um dos dois itens que eles adquiriram.

Fonte: registro escrito do professor E

As três tarefas formuladas pelo “professor E” tem sinergia com as demais características do Pensamento Algébrico (ALMEIDA e SANTOS, 2017), embora não haja o desenvolvimento das respectivas atividades matemáticas. A tarefa 1 contempla a produção de significados inclusive sinalizada pelo próprio professor. Isso acontece tendo em vista que é possível o aluno compreender a existência de uma relação de igualdade entre quantidades distintas distribuídas por meio de operações aritméticas.

A atividade de cálculo algébrico implícita na equação contida na tarefa 2, permite contemplar a capacidade de operar com o desconhecido de modo a obter o valor de “x” que torne verdadeira a igualdade em questão.

Finalmente, a atividade a ser desenvolvida na resolução da terceira tarefa pode suscitar por parte do aluno a mobilização da característica central do pensar algebricamente que é a capacidade de estabelecer relações. Especificamente nessa tarefa, isso pode ser notável se o aluno for capaz de estabelece as relações existentes entre as partes (o preço do caderno e do estojo) e o todo (o preço total da compra desses dois produtos, em quantidades diferentes). O desenvolvimento na continuidade da atividade do aluno pode contemplar as demais características dessa forma de Pensamento Algébrico.

O último participante da pesquisa, o “professor F” expõe que o Pensamento Algébrico é a *habilidade de associar uma interpretação de alguma situação a alguma entidade quantitativa. É quando se entende uma situação e se pode atribuir uma resposta na matemática. Desse modo, se pode tornar a situação de uma forma generalizadas, e tecer argumentos.*

No registro escrito desse professor associamos que a *entidade quantitativa* tem sinergia com a capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido, com base no pensamento Algébrico de Almeida e Santos (2017). Essa entidade, posteriormente é designada como a *manipulação de variáveis e incógnitas, introduzida no 7º ano do Ensino Fundamental. Porém, a ideia intuitiva está presente no ensino da matemática em praticamente desde o início da educação básica, quando por exemplo, se apresenta tarefas que utilizam os comandos “se... então...”*. O professor valoriza a linguagem simbólica por meio do registro na língua natural e apresenta-nos o seguinte enunciado: *se eu consigo juntar R\$50,00 por dia, então nos dias úteis de uma semana eu terei juntado R\$250,00*. Com base na ideia da proporcionalidade, o professor enfatiza a capacidade de operar quando afirma que *implicitamente está inserida a busca por um valor até então desconhecido, que exige algum raciocínio para ser encontrado*.

Esse enunciado formulado pelo “professor F” está permeado por aquilo que ele denomina de *entidade quantitativa* que, no caso, permite estabelecer uma relação entre a quantidade inicial (R\$50,00) e final (R\$250,00). Essa relação se concretiza desde que no pensar algebricamente, o aluno seja capaz de apreender o significado de “dias úteis” e conclua que é necessário operar com o quádruplo da quantia inicial.

Discussão e resultados relativos à “tarefa 2”

O objetivo da segunda atividade foi reconhecer as características do modelo de Pensamento Algébrico e da formulação de problemas, tomando por base uma tarefa escolhida por cada um dos professores, levando em conta o material (livro didático e/ou apostilas) utilizado em suas turmas de anos finais do Ensino Fundamental.

No que diz respeito à tarefa matemática caracterizada como problema, apoiamos em Malaspina Jurado (2018) que apresenta elementos e características fornecem uma estrutura para avaliar e aprimorar problemas matemáticos em termos de sua eficácia pedagógica e de sua capacidade de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Segundo esse autor, os elementos essenciais de um problema são:

[a] informação: inclui os dados e detalhes apresentados no problema;

[b] requerimentos: exigências do problema em termos de resposta ou solução;

[c] contexto: cenário onde o problema está inserido, influenciando a forma como o problema é abordado;

[d] entorno matemático: abrange o ambiente matemático e os conceitos específicos envolvidos na resolução do problema.

Na sequência apresentamos o enunciado de cada uma das seis tarefas e posterior interpretação e sistematização de ideias, a partir da avaliação realizada pelos pesquisadores quanto à produção escrita dos participantes da pesquisa.

A professora “A” extrai um problema de um material apostilado para o oitavo ano do Ensino Fundamental, envolvendo a equação do primeiro grau, cujo enunciado segue:

Hugo tem uma caminhonete com a qual faz fretes. Ele cobra uma taxa fixa de 90 reais, mais 4,85 reais por quilômetro rodado.

a) Escreva uma forma para calcular o preço P pago por um frete cujo percurso mede x quilômetros.

b) Qual será o preço cobrado por Hugo por um frete cujo percurso mede 20 km? (SIM- Sistema de Ensino, 2020, p.142)

No que diz respeito ao Pensamento Algébrico, a professora “A” observa que a atividade exige que os alunos estabeleçam relações ao reconhecer a conexão entre a distância percorrida e o preço cobrado. Se designar “ P ” como o valor pago pelo frete, “ x ” como a distância percorrida pela caminhonete, é desejável que o estudante seja capaz de generalizar a situação em questão, de modo a obter a expressão algébrica $P = 90 + 4,85x$. Portanto, essa formulação do problema instiga a característica da modelagem matemática, por contemplar uma situação que permite estabelecer a partir de parâmetros, a relação funcional de dependência entre variáveis, no caso, a distância percorrida “ x ” e o preço a ser pago pelo frete “ P ”. Além disso, a professora “A” enfatiza a importância de construir significado, destacando a necessidade dos alunos entenderem o significado por trás dos cálculos obtidos, para uma compreensão matemática adequada da situação-problema como um todo.

No que tange à criação de problemas matemáticos, a professora “A” menciona que a atividade é um exemplo prático dessa abordagem, conforme discutido no artigo de Malaspina Jurado (2018). A atividade incentiva os alunos a aplicar conceitos matemáticos em contextos do mundo real, tornando o aprendizado mais relevante e significativo. Sua análise detalha como a atividade abrange tanto elementos intra-matemáticos, como fórmulas e operações, quanto elementos extra-matemáticos, como situações do mundo real. A integração de contextos reais

com o ensino de matemática é destacada como uma estratégia eficaz para melhorar a compreensão e o engajamento dos alunos.

Na “figura 1” apresentamos um problema escolhido pelo professor “C” de um livro didático para o sexto ano do Ensino Fundamental, o qual contempla quatro das cinco características do Pensamento Algébrico definidas por Almeida e Santos (2017) e os quatro elementos essenciais de um problema proposto por Malaspina Jurado (2018).

Figura 1: Problema envolvendo enigma matemático

Acerte a conta

Siga as instruções:

- Figuras iguais representam algarismos iguais.
- Figuras diferentes representam algarismos diferentes.
- Nenhuma figura representa algarismo já indicado (3 ou 8).

Que conta é esta?

Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2018, p. 32)

Esse professor analisou como o problema aborda o Pensamento Algébrico ao exigir que os alunos estabeleçam relações entre símbolos e números. Ele aponta que a resolução do problema demanda a modelagem da situação para descobrir os valores dos símbolos desconhecidos, ilustrando a necessidade de compreender a equivalência entre as expressões para chegar à solução correta. Além disso, o problema permite a operação com o desconhecido ao manipular variáveis que representam os símbolos que precisam ser identificados. A construção de significado é evidente quando o aluno interpreta o resultado das operações para determinar os valores dos símbolos com base nas restrições fornecidas. Contudo, o professor “C” observou que a generalização não é um aspecto presente neste problema específico, pois ele se concentra em um exemplo particular sem exigir a identificação de padrões ou a aplicação a outros contextos.

Em relação aos elementos essenciais de um problema, o professor “C” destacou que o problema fornece informações claras sobre as restrições dos números e suas representações pictóricas. Embora o requerimento para determinar os valores dos símbolos esteja implícito, o contexto do problema é estritamente intra-matemático, centrado em operações com números

naturais. O entorno matemático do problema envolve a adição de números naturais, que é o conceito central para a resolução.

A principal omissão identificada é a falta de generalização, o que limita a capacidade do problema de promover a identificação de padrões ou a aplicação em contextos mais amplos.

Ao analisar um problema sobre equações lineares (figura 2) contido em um material apostilado para o nono ano do Ensino Fundamental, o professor “D” destaca como ele se alinha com as características do Pensamento Algébrico e os elementos essenciais de um problema.

Figura 2: Problema contendo equações lineares.

Quando uma equação apresenta outras letras além da incógnita, e essas letras compõem os coeficientes, ela é chamada **equação literal**. Observe as equações ao lado.

$$I) kx^2 - 5kx + (k + 1) = 0$$

$$II) mx^2 + (3 - m)x + m = 0$$

$$III) (p^2 - 4)x^2 - px = 0$$

Nessas equações, a incógnita está sendo representada pela letra **x**. Na equação I, por exemplo, os coeficientes são $a = k$, $b = -5k$ e $c = (k + 1)$. Com base nessas informações, responda às questões.

a) Quais são os coeficientes **a**, **b** e **c** na equação II? E na equação III?

Fonte: SIM- Sistema de Ensino (2020, 142)

O problema em questão exige a compreensão das relações entre coeficientes e variáveis em equações polinomiais do segundo grau, e a generalização é abordada ao identificar que uma equação com letras além da incógnita é uma equação literal. A operação com o desconhecido é envolvida na identificação do valor de “p”, o qual transforma a equação do segundo grau em uma do primeiro grau. No entanto, a construção de significado não é explicitamente abordada no problema.

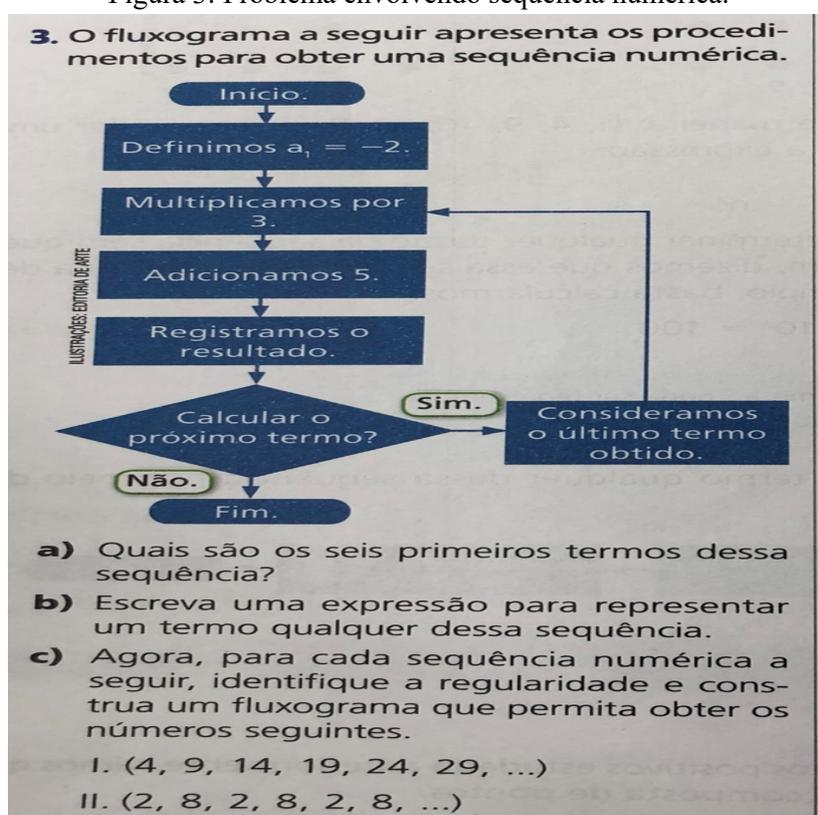
No que se refere aos elementos essenciais de um problema, o professor “D” apontou que o problema fornece informações claras sobre os coeficientes das equações, e o requerimento é identificar os coeficientes corretos e entender a transformação de uma equação do segundo grau para o primeiro grau. O contexto é intra-matemático, focado em operações algébricas e resolução de equações polinomiais.

Esse professor conclui que o problema contribui para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, pois abrange quatro das cinco características, com a ausência apenas da modelagem.

Ele sugere a adição de novas questões para aprimorar a abordagem do problema, como identificar constantes para obter duas soluções idênticas, bem como a criação de outras equações literais.

O professor “E” escolheu uma tarefa do livro didático “Matemática Realidade & Tecnologia” para o oitavo ano do Ensino Fundamental, conforme conteúdo da “figura 3”:

Figura 3: Problema envolvendo sequência numérica.



Fonte: Souza (2018, p. 72)

Em termos de desenvolvimento particular, a tarefa falha em estabelecer relações e construir significado. No entanto, ela é eficaz na generalização, modelagem e operação com o desconhecido, embora a modelagem poderia ser aprimorada com um novo requerimento que solicitasse a escrita de uma expressão algébrica para o n-ésimo termo da sequência numérica.

No que se refere aos elementos essenciais de um problema descritos por Malaspina Jurado (2018), a análise do professor “E” mostra que a tarefa atende aos requisitos de informação, requerimentos e entorno matemático. As informações são apresentadas de forma clara, com um fluxograma que auxilia na compreensão. Os requerimentos são bem definidos,

variando em grau de dificuldade, e o entorno matemático é apropriado, exigindo raciocínio lógico e familiaridade com expressões algébricas. Contudo, o contexto da tarefa é considerado pobre, faltando relações e comparações que poderiam enriquecer a investigação matemática.

O professor concluiu que a tarefa tem pontos fortes, como sua eficácia na generalização e na operação com o desconhecido, e apresenta uma boa estrutura com informações claras e requerimentos bem definidos. No entanto, as limitações incluem a falta de construção de significado e a ausência de um contexto matemático mais rico e exploratório.

A análise do problema extraído do livro “Teláris Matemática” para o oitavo ano do Ensino Fundamental é apresentado pelo professor “F”, segundo o enunciado: "Em uma república de estudantes, moram 4 pessoas que gastam R\$490,00 com alimentação a cada 10 dias. Se mais 2 pessoas passarem a morar nessa república, mantendo a mesma despesa por pessoa, quanto será o gasto com alimentação a cada 15 dias?" (DANTE, 2018, p.95).

No que tange às características do Pensamento Algébrico, o problema aborda o aspecto de estabelecer relações ao exigir que se relacionem o número de pessoas com os gastos e o tempo. A compreensão da relação entre o número de pessoas e o gasto total é essencial para a resolução do problema, pois é necessário considerar o gasto por pessoa e o impacto da mudança no número de pessoas e no período de tempo. O problema permite a generalização, podendo ser aplicado a qualquer número de pessoas e a qualquer período de tempo, facilitando o uso de regras de proporcionalidade como a aplicação da regra de três composta.

A modelagem se manifesta quando os alunos são convidados a criar uma expressão algébrica para calcular o gasto, como a proporção $\frac{4}{1} = \frac{490}{x}$, para determinar o gasto por pessoa por dia e depois ajustar para o número total de pessoas e o período de 15 dias. A operação com o desconhecido é abordada através da resolução da proporção para encontrar o gasto total com base na nova quantidade de pessoas e no novo período de tempo. Além disso, o problema permite que os alunos construam significado ao interpretar a situação, aplicar a regra de três composta e validar a solução do problema, comparando-a com a questão presente no enunciado.

Em relação aos elementos essenciais do problema, este fornece informações claras sobre o gasto atual, o número de pessoas e o período de tempo, dados fundamentais para a resolução. O requerimento é explícito, solicitando a determinação do gasto com a nova quantidade de pessoas e para um período de 15 dias. O contexto é extra-matemático, pois envolve uma

situação prática que requer conhecimento prévio sobre proporcionalidade e operações matemáticas. O entorno matemático é bem definido, explorando conceitos de proporcionalidade e operações algébricas em uma situação concreta.

A estrutura de enunciado matemático escolhido pelo professor “F” foi também a opção do professor “B”, a partir tarefa presente na apostila "Aprender Sempre" para o oitavo ano do Ensino Fundamental, conforme conteúdo da “figura 4”:

Figura 4: Enunciado extraído do material apostilado “Aprender Sempre”.

6. Em uma livraria, de cada 12 livros vendidos, 8 são romances. Na semana do natal, foi vendido um total de 720 livros.

A quantidade de livros vendidos do gênero romance na semana do natal foi de

a. 60.
b. 90.
c. 480.
d. 720.

Registre neste espaço como você pensou para resolver o problema.

Espera-se que o estudante aplique a a igualdade entre duas razões.

$$\frac{12}{8} = \frac{720}{x}$$

$$12x = 5760 \quad x = \frac{5760}{12} \quad x = 480$$

Dos livros vendidos na semana do natal, 480 foram romances. Alternativa c.

Fonte: São Paulo (2022, p.36)

Tomando por base a similaridade desse enunciado de problema comparativamente ao problema anterior, a análise das características do Pensamento Algébrico e os elementos essenciais do problema revelam os mesmos resultados. No entanto, o professor “B” explica que o Pensamento Algébrico é um conceito mais amplo, englobando a maneira como pensamos matematicamente, enquanto Álgebra se refere a procedimentos e cálculos específicos. Nesse sentido, a resolução apresentada no material apostilado, conforme “figura 4”, privilegia apenas os procedimentos e cálculos através da aplicação da regra de três por meio da escrita “igualdade entre duas razões” (SÃO PAULO, 2022, p.36).

Discussão e resultados relativos à “tarefa 3”

O objetivo da última tarefa foi analisar, a partir das discussões ocorridas em sala de aula, na disciplina de Fundamentos Metodológicos da Educação em Ciências e Matemática, se o Pensamento Algébrico influenciou a prática escolar dos professores no decorrer do período letivo de 2023. Para isso, os participantes foram convidados a produzir um texto reflexivo,

fundamentado nas leituras e nas suas próprias experiências em sala de aula, destacando o impacto do trabalho com o Pensamento Algébrico no desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos.

A análise integrada das respostas dos professores “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F” evidencia abordagens pedagógicas distintas, mas complementares, no desenvolvimento do Pensamento Algébrico, refletindo suas diferentes experiências e contextos de atuação. A seguir, apresenta-se uma síntese comparativa de suas práticas, destacando os principais aspectos que emergem de suas respostas.

O professor “F”, atuando em uma escola pública municipal, trabalha com equações de 1º e 2º grau e operações com polinômios, enfatizando uma abordagem mais técnica e formal do conhecimento algébrico.

O professor “E”, tem abordado expressões algébricas e funções, revisando previamente operações básicas com números racionais para fortalecer a base dos alunos.

O professor “B”, abordou proporcionalidade, números racionais e porcentagem, com planos futuros para trabalhar expressões algébricas e probabilidade.

O professor “C”, atuando no 6º ano do ensino fundamental em uma escola pública municipal, se concentra em operações aritméticas fundamentais, como adição, subtração, multiplicação, potenciação e divisão, explorando propriedades como associatividade e comutatividade, e aplicando o conhecimento algébrico em contextos geométricos. Já “D”, que leciona para alunos do 9º ano em uma escola municipal rural de Porto Feliz - SP, esteve focado em equações polinomiais do 2º grau, enfatizando tanto a resolução completa quanto a incompleta através de vários métodos.

Por fim, a professora “A”, que também atua em uma escola pública municipal, segue as diretrizes da BNCC utilizando material didático que abrange os aspectos fundamentais do Pensamento Algébrico, mas reflete criticamente sobre a necessidade de adaptar ou criar novos problemas, que atendam melhor às necessidades dos alunos, promovendo uma educação mais contextualizada e acessível.

No que tange às metodologias de ensino, todos os professores sublinham a importância de conectar o Pensamento Algébrico a situações práticas e reais, embora suas estratégias variem

significativamente. No “Quadro 3” apresentamos um exemplo de estratégia utilizado pelo professor “F”.

Quadro 3: Resposta do professor “F” à terceira atividade.

P: Como tem sido abordado o pensamento algébrico na resolução de problemas ou formulação de tarefas?

Professor “F”: Primordialmente, partindo da idéia de “tratar o desconhecido como conhecido”, para que os estudantes compreendam que os coeficientes e incógnitas exercem operações entre si, e o significado desse fato; assim como na resolução de equações, há a busca de desmistificar a memorização de procedimentos sem compreender que a essência da equação é sempre estabelecer a relação de igualdade até que a incógnita seja expressa isoladamente.

Fonte: arquivo de pesquisa.

A resposta de “F” sobre como ele aborda o Pensamento Algébrico é significativa ao enfatizar a importância de tratar o "desconhecido como conhecido", uma abordagem fundamental para o ensino de álgebra, que visa à compreensão profunda dos conceitos matemáticos em vez de uma simples memorização, adotando uma abordagem centrada na prática e repetição.

O professor “E”, por outro lado, adota uma estratégia mais contextualizada, em sua resposta transcrita no “Quadro 4”:

Quadro 4: Resposta do professor “E” à terceira atividade.

P: Como tem sido abordado o Pensamento Algébrico na resolução de problemas ou formulação de tarefas?

Professor “E”: Sempre busco aplicar os objetos de conhecimento em situações problemas, isso foi feito com potenciação e radiciação. Já em números racionais e expressões numéricas, proporcionei um treino focado no algoritmo. Posso descrever com mais riqueza de detalhes o assunto que acabei de iniciar, expressões algébricas.

Inicialmente propus uma classificação para os alunos com a seguinte pergunta: Como é calculado o valor de uma corrida de UBER? Dentre as várias sugestões, as mais comuns foram: valor mínimo valor pela distância e valor pelo tempo. Fizemos alguns cálculos com a proposta dos alunos, dando valores para o valor mínimo e a distância e o tempo. Em seguida fui conduzindo a discussão para que juntos escrevêssemos a situação em uma linguagem matemática. eles chegaram em:

Mínimo + distância + tempo

Então apresentei as idéias de variáveis e incógnitas e chegamos em expressões como:

$$4 + 2d + 0,3t$$

R\$4,00 de valor mínimo

R\$ 2,00 por km

R\$0,30 por minuto

Fonte: arquivo de pesquisa.

O exemplo do cálculo do valor de uma corrida de Uber é utilizado para introduzir conceitos algébricos, facilitando a conexão dos alunos com o conteúdo.

O professor “B” promove discussões em grupo para investigar e resolver problemas, enfatizando a interpretação, generalização e o desenvolvimento do raciocínio lógico. De forma semelhante, o professor “C” utiliza problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP para estimular o Pensamento Algébrico, com ênfase na argumentação e na compreensão conceitual dos alunos. “D” também adota uma abordagem estruturada, utilizando tarefas propostas pela apostila do Sistema de Ensino SIM, e destaca que os alunos mais avançados frequentemente levantam questões que aprofundam a discussão sobre o Pensamento Algébrico, contribuindo para um entendimento mais interativo e dinâmico. A professora “A”, por sua vez, ressalta que, embora o material utilizado em suas aulas seja alinhado às diretrizes da BNCC, é necessário adaptar problemas ao nível dos alunos para evitar defasagens e dificuldades de compreensão, sugerindo uma reflexão constante sobre a adequação das atividades propostas.

A influência da literatura se manifesta de forma clara nas práticas dos professores “B” e “C”, que reconhecem o impacto das leituras acadêmicas em sua formação e na melhoria contínua de suas práticas docentes, como é apresentado no “Quadro 5”:

Quadro 5: Resposta do professor “B” à terceira atividade.

P: Houve influência da leitura no processo de ensino aprendizagem? Relacione pontos fortes e de melhora em seu contexto escolar quanto ao pensamento algébrico.

Professor “B”: Sim, houve.

Com a licenciatura foi possível perceber melhor onde se encontra a dificuldade do aluno (trabalhar com abstrato, generalizar, estabelecer relações, etc). Porém, ainda não foi possível realizar um trabalho mais específico por causa da heterogeneidade da turma, material base das aulas (aprender sempre), tempo, etc.

Para melhorar seria necessário haver mais tempo de aula, trabalhar com mais investigação e problemas (aprender sempre não possui muito) e também interesse dos alunos.

Fonte: arquivo de pesquisa.

O professor “B” refletiu sobre como a formação em licenciatura lhe permitiu compreender melhor as dificuldades dos alunos ao lidar com abstrações e generalizações, ele reconhece, no entanto, as limitações impostas pelo tempo de aula e pela heterogeneidade das turmas, o que influenciou sua prática docente. De modo similar, a literatura também influenciou positivamente a prática de “C”, especialmente na reflexão sobre a seleção e qualidade dos problemas matemáticos apresentados aos alunos. Essa preocupação com a escolha de bons

problemas, fruto das leituras e discussões pedagógicas, demonstra o compromisso do professor “C” com o aprimoramento contínuo de sua prática docente, visando facilitar a compreensão dos conceitos algébricos pelos alunos.

A influência da literatura no entendimento do Pensamento Algébrico parece ter sido positiva para o professor “D”, ajudando-o a contextualizar melhor os problemas e motivar os alunos, apresentado no “Quadro 6”. Os pontos fortes identificados incluem a contextualização e a frequência com que o Pensamento Algébrico é abordado.

Quadro 6: Resposta do professor “D” à terceira atividade.

P: Houve influência da leitura no processo de ensino aprendizagem? Relacione pontos fortes e de melhora em seu contexto escolar quanto ao pensamento algébrico.

Professor “D”: A literatura me influenciou a entender o que é o Pensamento Algébrico e ser capaz de identificar em vários problemas matemáticos propostos pelos livros e apostilas e de que forma estão presentes desde os anos iniciais escolares. Os pontos fortes têm sido a contextualização melhor das situações-problema de aritmética com o Pensamento Algébrico e a motivação para que isso ocorra de forma mais frequente nas aulas de matemática, o que contribui, juntamente, com a melhoria do ensino da Álgebra no ensino tanto nos iniciais quanto nos finais.

Fonte: arquivo de pesquisa.

No caso da professora “A”, as leituras a levaram a refletir sobre a adequação dos exercícios propostos, principalmente no que diz respeito ao nível de complexidade em relação ao desenvolvimento dos alunos. O mesmo ocorre tanto com “F” quanto “E” no ensino do Pensamento Algébrico. Para o primeiro, as leituras ajudaram a desmistificar as abordagens tradicionais, orientando-o a focar em um ensino que prioriza a compreensão profunda dos conceitos, em vez da simples memorização de procedimentos. Já para “E”, a literatura reforçou a importância de conectar os conceitos algébricos a situações práticas do cotidiano, facilitando o entendimento dos alunos e incentivando uma seleção mais cuidadosa dos problemas apresentados em sala de aula. Ambos os professores, influenciados por suas leituras, demonstram uma preocupação com o desenvolvimento de uma prática pedagógica mais significativa e contextualizada.

Considerações finais

O Pensamento Algébrico é uma habilidade matemática fundamental que permite aos estudantes associarem situações inclusive do mundo real a entidades quantitativas, possibilitando a generalização e a argumentação. Neste contexto, os professores apresentaram

respostas diversas, mas é possível identificar alguns pontos comuns e divergentes em suas abordagens.

Todos os professores concordam que o Pensamento Algébrico envolve a capacidade de relacionar contextos concretos expressões matemáticas. Essa habilidade permite a generalização e a formulação de argumentos baseados em princípios algébricos. Embora haja variações no momento exato da introdução da Álgebra, os professores concordam que a ideia intuitiva está presente desde os primeiros anos da Educação Básica. Desde cedo, os alunos se deparam com tarefas que envolvem raciocínio para encontrar valores desconhecidos, preparando-os gradualmente para conceitos mais formais.

A busca por respostas que investigam valores a partir de dados obtidos é considerada essencial. Os professores enfatizam a importância de instigar o raciocínio e promover argumentações válidas e comprovadas. O Pensamento Algébrico, portanto, não se limita à manipulação de símbolos, mas também à compreensão profunda dos conceitos subjacentes.

No entanto, existem diferenças entre as abordagens dos professores. Alguns mencionam que a Álgebra conceitual é introduzida no 7º ano, enquanto outros enfatizam que a ideia intuitiva está presente desde os primeiros anos da educação básica. Essa diferença pode estar relacionada a abordagens pedagógicas específicas ou à flexibilidade curricular.

Além disso, os professores apontam diferentes estratégias para desenvolver o pensamento algébrico. Isso inclui a resolução de problemas cotidianos, a manipulação de variáveis e incógnitas, bem como o uso de situações-problema que envolvem equações do segundo grau. A diversidade de métodos reflete a adaptabilidade dos professores às necessidades e características de seus alunos.

Cada professor compartilha sua experiência e contexto de ensino. Trajetórias no magistério, segmentos escolares em que lecionam, sejam em escolas públicas estaduais ou municipais, e a realidade das salas de aula influenciam suas abordagens. Essa diversidade enriquece o cenário educacional e contribui para a formação de estudantes com habilidades matemáticas sólidas.

Em suma, as diferenças e semelhanças entre as abordagens dos professores refletem a riqueza e complexidade do Pensamento Algébrico no ensino de matemática, inclusive com

alguns equívocos. Cada professor enfatiza diferentes aspectos, destacando a importância de habilidades variadas, levando em conta o seu entorno escolar.

Referências

ALMEIDA, Jadilson Ramos de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Pensamento Algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de educação Matemática**, Campo Mourão, v.6, n. 10, p. 34-60, jan/jun 2017. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6055/4078> . Acesso em: 06 out. 2024.

ALMEIDA, Jadilson Ramos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Desenvolvimento do pensamento algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha. **Zetetike**, Campinas, v.26, n.3, p.546-568, 2018. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650717>. Acesso em: 06 out. 2024.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic thinking. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p. 412-446, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2018.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução: Magda Lopes. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DANTE, Luís Roberto. **Teláris Matemática: 8º ano do Ensino Fundamental**. 3.ed. São Paulo: Ática, 2018.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques; RIBEIRO Miguel. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v.25, n.25, p. 53-73, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3275/4612>. Acesso em: 06 out.2024.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo.; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade: 6º ano do Ensino Fundamental**. 9ª ed. São Paulo. Atual Editora, 2018.

LINS, Rômulo Campos. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**. Blumenau, v.1, n.7, p.29- 39, 1994.

MALASPINA JURADO, Udarico. Como criar problemas de matemática? Experiências didáticas com professores em formação. **Revista Unión**, n. 52, p. 307-313, 2018. Disponível

em: <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/362>, a semiotic perspective. In: Alatorre, S. *et al.* (eds.). Annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 28th, 2006, Mérida. **Proceedings [...]**. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional, 2006. 21p.

OLIVEIRA, Paulo César; SOUZA, Adriano Ortiz; LOURENÇO, Edrei Henrique. O traçado de curvas de funções exponenciais com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Binacional Brasil Argentina: diálogo entre as ciências**, Vitória da Conquista/Santa Fé, v. 11, n. 1, p. 92-110, junho. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.22481/rbba.v11i01.10681>. Acesso em: 27 dez. 2024.

RIGHI, Flávia Pereira; PORTA, Leonardo Dalla; SCREMIN, Greice. Pensamento algébrico: uma análise de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, 21p, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/80794/46552>. Acesso em: 06 out. 2024.

SÃO PAULO. **Aprender Sempre: 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, Matemática**. São Paulo: Secretaria da Educação, 2022.

SIM - Sistema de ensino. **Ensino Fundamental, nono ano**: língua portuguesa, matemática, ciências, história, geografia, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2020.

SOUSA, Joamir Roberto de. **Matemática, realidade & tecnologia: 8º ano do Ensino Fundamental**. São Paulo: FTD, 2018.

SOUZA, Rodrigo Baltazar de; GIORDANO, Cassio Cristiano; OLIVEIRA, Paulo Cesar. Nível do desenvolvimento do pensamento algébrico em tarefas introdutórias envolvendo funções exponenciais. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática: a Educação Matemática num mundo pós-pandêmico, 6., 2024, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: UEPB, 2024. 12p. Disponível em: <https://doi.org/10.29327/1413695.6-13>. Acesso em: 27 dez. 2024.