

ARTIGO**doi** <https://doi.org/10.47207/rbem.v5i1.21001>**Análise de conteúdo em problemas matemáticos utilizando o domínio icônico****CAMARGO, Igor Vaz de**

Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) – Mestre pelo Programa de Pós -Graduação em Educação da UENP - Mestrado Profissional em Educação Básica. <https://orcid.org/0000-0001-6676-9910>.
igorvazdecamargo@gmail.com

NERVIS, Jonis Jecks

Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) – Doutor pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. <https://orcid.org/0000-0003-3651-2975>. jonisjn@uenp.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta a análise dos dados levantados da aplicação de uma sequência didática que tem como base o uso da metodologia de Resolução de Problemas em Matemática, para a abordagem da unidade temática álgebra, no 7º ano do ensino fundamental. A escolha do referencial analítico de Bardin (2011), por meio da análise de conteúdo, levanta o seguinte problema: como analisar resoluções de problemas matemáticos, de forma qualitativa, que não estão escritos em formato de texto? Dentro dos domínios da análise de conteúdo apresentados por Bardin (2011), há a possibilidade do uso do icônico, pelo qual se realizam inferências em registros de representações em formato de imagens, como é o caso dos problemas matemáticos propostos. O procedimento de análise resulta na criação de duas categorias abrangentes, divididas em cinco subcategorias que detalham a forma como as respostas dadas pelos alunos estão agrupadas. Esta análise por meio de categorias pode auxiliar professores a visualizar o que as respostas dadas pelos alunos revelam sobre seus conhecimentos matemáticos, embasando a tomada de decisão.

Palavras-chave: Álgebra. Resolução de problemas. Análise de conteúdo. Iconografia.

Content analysis in mathematical problems using the iconic domain

Abstract: This article presents the analysis collected from the application of a didactic sequence based on the use of the Problem Solving in Mathematics methodology, to approach the thematic unit algebra, in the 7th year of elementary school. The choice of Bardin's (2011) analytical framework, through content analysis, raises the following problem: how can we qualitatively analyze solutions to mathematical problems that are not written in text format? Within the domains of content analysis presented by Bardin (2011), there is the possibility of using icons, through which inferences are made in records of representations in image format, as is the case of the proposed mathematical problems. The analysis procedure results in the creation of two comprehensive categories, divided into five subcategories that detail how the answers given by students are grouped. This analysis through categories can help teachers visualize what the answers given by students reveal about their mathematical knowledge, basing the decision making.

Keywords: Algebra. Problem solving. Content analysis. Iconography.



Análisis de contenido en problemas matemáticos utilizando el dominio icónico

Resumen: Este artículo presenta el análisis de los datos recopilados a partir de la aplicación de una secuencia didáctica basada en el uso de la metodología de Resolución de Problemas em Matemáticas para abordar la unidad temática de álgebra en el 7º año de la educación básica. La elección del marco analítico de Bardin (2011), a través del análisis de contenido, plantea el siguiente problema: ¿cómo analizar las resoluciones de problemas matemáticos, de manera cualitativa, que no están escritos en formato de texto? Dentro de los dominios del análisis de contenido presentados por Bardin (2011), existe la posibilidad del uso de lo icónico, mediante el cual se realizan inferencias a partir de registros de representaciones en formato de imágenes, como es el caso de los problemas matemáticos propuestos. El procedimiento de análisis da lugar a la creación de dos categorías amplias, divididas en cinco subcategorías que detallan la forma en que las respuestas de los alumnos están agrupadas. Este análisis mediante categorías puede ayudar a los docentes a visualizar lo que las respuestas de los alumnos revelan sobre sus conocimientos matemáticos, apoyando la toma de decisiones.

Palavras-Clave: Álgebra. Resolución de problemas. Análisis de contenido. Iconografía.

Introdução

Este artigo mostra dados levantados da aplicação de uma pesquisa que utiliza a abordagem da álgebra a partir da Metodologia de Resolução de Problemas, segundo Allevato e Onuchic (2011), por meio de uma sequência didática de problemas propostos aos alunos de uma escola pública municipal, no interior do estado de São Paulo. A aplicação dessa pesquisa tem como foco a validação da sequência construída, abordando as habilidades da unidade temática álgebra para o 7º ano do ensino fundamental, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). O alvo de tal sequência é a construção do conhecimento pelo próprio aluno, por meio da aplicação dos passos previstos pela Metodologia de Resolução de Problemas.

A escolha do 7º ano ocorre a partir da concentração de importante conteúdo da álgebra nesse ano escolar, sendo que alguns princípios que são aprendidos nesse momento se constituem base para outros conhecimentos posteriores. A necessidade de uma proposta diferenciada surge a partir do estudo sobre os dados das avaliações do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), aplicadas em larga escala em todo o país. Esse estudo revela uma defasagem em matemática,

bem como apresenta dados específicos em relação à álgebra, que tem a mesma realidade da matemática geral, com grande concentração de alunos em níveis abaixo do básico pelas escalas estabelecidas.

A aplicação dos problemas da sequência didática, que forma o conjunto de dados dessa análise, ocorreu no 1º semestre de 2022. A análise de conteúdo é a metodologia escolhida para embasar as inferências sobre o material coletado, porém, se observa a ocorrência de uma situação incomum nos excertos escritos pelos alunos, e na maioria das situações havia apenas a resolução matemática. Assim, contendo apenas representações de cálculos nos registros, surge o problema: como analisar resoluções de problemas matemáticos, de forma qualitativa, que não estão escritos em formato de texto?

A resposta para tal questionamento encontra-se dentro dos próprios métodos de Bardin (2011), referencial escolhido para a análise dos dados levantados. Deste modo, a autora, em sua obra, aborda a possibilidade do trabalho com iconografia e, pela análise das imagens das resoluções dos alunos, cria uma série de divisões capazes de gerar blocos nos quais são descritas ações aparentes dos alunos para a resolução dos problemas propostos.

Em seguida, esses dados são analisados e divididos em categorias e subcategorias descritas neste artigo. A intenção desse processo é demonstrar as características das resoluções elaboradas pelos alunos, conforme os passos propostos na metodologia de resolução de problemas em matemática. Obtêm-se, então, dados relevantes que mostram a possibilidade da aplicação dessa metodologia em sala de aula, bem como os desdobramentos que geram, como aumento do engajamento, a partir do processo de construção do próprio conhecimento.

Fundamentos da sequência didática proposta aos alunos

Ao se questionar um aluno da educação básica sobre o componente curricular que ele consideraria mais difícil, a maioria provavelmente aponta a matemática, o que levanta muitas barreiras em sua aprendizagem. Conforme destacam Pacheco e Andreis (2018), o insucesso dos alunos na matemática acaba por gerar uma aversão deles a essa disciplina, tornando ainda mais difícil a aprendizagem.

Alguns professores costumam utilizar métodos superficiais e mecânicos para o ensino da matemática e trabalhar, principalmente, com as regras que constituem passos necessários para se obter uma dada resolução. Desta forma, não se exige que o aluno seja criativo, realize suas próprias descobertas, reconheça ligações com a realidade e produza seu próprio conhecimento. É necessário que se lance um olhar para além das técnicas e se proponham desafios intrigantes capazes de mobilizar os alunos (Selbach, 2010).

Nesse contexto, a forma como a matemática por vezes é proposta aos alunos – até mesmo a própria busca desses alunos por uma fórmula que seja capaz de resolver todo tipo de problema dentro da mesma unidade de conhecimento – pode trazer resultados danosos, como destacam Masola e Allevato (2019), ao abordarem possíveis causas da dificuldade em matemática. Essa situação se torna evidente em avaliações, sejam nas internas, realizadas pelas escolas, nas quais comumente o componente de matemática representa um dos maiores índices de reprovação, como também nas externas, que apontam tais defasagens e colocam os alunos nos níveis mais primários de conhecimento.

Resultados de avaliações em larga escala refletem essa consideração, nas quais a matemática constitui um dos eixos principais. Na edição do Saeb, realizada em 2019, a média nacional foi de 263 pontos, alcançando o nível 3 dentro de uma escala preestabelecida. Esse resultado é considerado baixo, visto que a escala possui nove níveis de proficiência possíveis de se atingir de acordo com os acertos dos alunos. Outra avaliação que demonstra as dificuldades dos alunos em matemática é o Pisa. Nesta avaliação, considerando-se a aplicação de 2018, percebe-se que a maioria dos alunos não alcançou nem ao menos o nível um sem atingir as habilidades mínimas, numa escala de seis níveis possíveis.

Esses dados conduzem a recortes realizados sobre a álgebra, focados no 7º ano, considerados estruturantes para conhecimentos posteriores. Neste sentido, utilizando-se as habilidades apontadas para esta unidade temática, no ano específico, a partir da BNCC (2018), verifica-se que as habilidades definidas não foram alcançadas. A capacidade dos alunos estava conectada a conceitos muito iniciais, sem desenvolver as habilidades mais complexas e sem a devida compreensão dos processos envolvidos.

Delimita-se, assim, como objetivo principal desta pesquisa, propor a metodologia de resolução de problemas em matemática como uma alternativa possível de auxiliar os

professores em sala de aula, produzindo aprendizagens que façam sentido aos alunos. Construiu-se, portanto, uma sequência didática de problemas, segundo Zabala (1998), que considera que as atividades devem estar interligadas num nível crescente de dificuldade, ampliando o desafio dos alunos, que têm por base o que produziram na atividade anterior.

A metodologia de resolução de problemas, que embasa a proposta, foi definida por Allevato e Onuchic (2014) em 10 passos, sendo eles: 1) proposição do problema; 2) leitura individual; 3) leitura em grupo; 4) resolução do problema; 5) registro de resoluções na lousa; 7) plenária; 8) busca do consenso; 9) formalização do conteúdo, e 10) proposição de novos problemas (Allevato; Onuchic, 2014). Nessa proposta, o foco está no aluno e nos conhecimentos prévios que ele é capaz de mobilizar para as novas aprendizagens.

Os problemas da sequência didática abordam as seis habilidades propostas para a unidade temática álgebra, no 7º ano, pela BNCC. Assim, para cada uma dessas habilidades, são propostos três problemas, totalizando 18 problemas a serem resolvidos pelos alunos. Os problemas de cada sequência possuem ligação com um nível crescente de dificuldade, dentro da própria sequência e entre as sequências propostas. Logo, o que se almeja alcançar, ao final, é a aprendizagem do aluno sobre os conceitos e as aplicações da álgebra.

A aplicação e a coleta dos dados ocorreram em uma escola pública da rede municipal de Boituva/SP, com a aprovação da gestão da escola e o acolhimento da professora regente da turma que também participou da pesquisa. Foram dispostas algumas aulas semanais para a ocorrência da aplicação, sendo que, para o desenvolvimento de cada problema, era utilizada uma aula de 50 minutos. Houve adesão de todos os alunos e consentimento dos seus responsáveis, que preencheram os devidos termos, de acordo com o que foi solicitado pelos procedimentos de pesquisas aplicadas com seres humanos. Seguiram-se as orientações dispostas na Resolução nº 510/16 do CNS, alcançando-se a aprovação da proposição de pesquisa pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP).

Procedimentos da análise

Diante da aplicação dos problemas propostos, por meio da sequência didática construída, atingiram-se resultados que não se apresentavam apenas em forma de texto escrito. Embora algumas respostas dos alunos contassem com justificativas escritas, não era regra para todos os casos. Na maioria das resoluções, como ocorre comumente em salas de aula, as respostas estavam permeadas de algoritmos, fluxogramas, esquemas e alguns rascunhos de cálculos e outras anotações de cunho matemático.

Nas possibilidades de escolhas para referencial analítico da pesquisa, optou-se pela análise de conteúdo, por se verificar que esta tem alcançado grande potencial em pesquisas qualitativas, principalmente nas relacionadas à educação. Porém, como ressaltado por Nascimento e Menandro (2006), a partir do entendimento dos pesquisadores obtido na teoria de Bardin, a análise de conteúdo tem uma forte característica de fragmentação de textos, que objetiva encontrar regularidades.

Uma característica encontrada em análises realizadas sobre dados levantados em pesquisas qualitativas é que, essencialmente, tais dados se apresentam em forma de textos. Alves (1991) aponta que as pesquisas qualitativas costumam gerar uma quantidade volumosa de dados para análise, dos quais se procuram categorias, tendências, padrões e relações que sejam capazes de produzir sentidos sobre tais dados.

Nosso conjunto de dados levantados pela aplicação dos problemas não era, portanto, constituído somente por textos, situação que levou a se aprofundar um pouco mais na análise de conteúdo, contando com o apoio de outros pesquisadores do programa de mestrado profissional em educação da UENP. Chegou-se, desta maneira, até o quadro das possíveis aplicações da análise de conteúdo, apresentado pela própria Bardin (2011). Neste, apontam-se alguns domínios, como os códigos linguístico, escrito e oral, a possibilidade do domínio icônico, bem como de outros domínios semióticos (Bardin, 2011).

Entende-se que as resoluções que foram coletadas nos problemas aplicados podiam ser analisadas a partir do domínio icônico, pois, conforme Bardin (2011), tal domínio é composto de sinais, grafismos e imagens, garatujas mais ou menos automáticas. Estas descrevem bem as representações dos alunos, que foram copiadas digitalmente, formando um acervo de imagens para a análise. Atingiu-se, deste modo, a possibilidade de se utilizar a estrutura proposta pela análise de conteúdo para ser aplicada aos dados coletados em nossa pesquisa.

A análise de conteúdo se concentra em torno de três polos cronológicos, sendo eles: “1) a pré-análise, 2) a exploração do material, e 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação” (Bardin, 2011, p. 125). A etapa de pré-análise concentra os esforços no reconhecimento dos dados levantados, e, neste momento, o foco está em observar as resoluções dos alunos por meio da leitura flutuante.

O conjunto de dados dessa pesquisa se constitui a partir das respostas apresentadas pelos alunos participantes, e havia previamente o objetivo de se produzir conhecimentos algébricos com essa proposta. A hipótese era de que a abordagem da álgebra, por meio da resolução de problemas, fosse capaz de levar o aluno a construir o próprio conhecimento, sempre iniciando a partir daquilo que já havia sido aprendido anteriormente. Os indicadores de atendimento a essa hipótese que podem auxiliar nas interpretações dos dados são as estruturas algébricas aparentes nas respostas apresentadas.

Na etapa da leitura flutuante, perpassando pelos registros dos alunos, percebem-se, claramente, duas categorias mais abrangentes. A primeira se denomina “Erros de resolução”, na qual há respostas que chegam ao final de sua resolução com um resultado incorreto em relação ao problema. Já a segunda categoria, “Desenvolvimento do pensamento algébrico”, abarca as respostas corretas que podem ter, em sua estrutura, uma resposta mais embasada em conhecimentos aritméticos ou então demonstrar sinais de construção de conhecimentos algébricos.

Nesse ínterim, partindo-se das categorias mais abrangentes, algumas características específicas chamam mais a atenção, definindo-se as subcategorias de análise, nas quais se posiciona cada uma das resoluções dos alunos. É importante salientar que foi utilizada a regra da exaustividade, analisando-se todas as respostas dos alunos, para que cada resolução fosse posicionada como pertencente a apenas uma das subcategorias.

Fazem parte da categoria “Erros de resolução” as três subcategorias que contêm características específicas de resoluções incorretas. A primeira subcategoria é a “resolução incompleta ou erro de cálculo”, que engloba as resoluções que estavam incompletas, com falta de dados que poderiam embasar uma resposta correta ou, então, aquelas que possuíam claramente um erro na execução dos cálculos. Como segunda subcategoria aparece a

“interpretação do enunciado”, na qual se observa que o aluno até buscou resolver a situação, porém, o equívoco na leitura dos dados acabou levando-o a chegar a resultados incorretos.

Há, ainda, a última subcategoria da parte em que se concentravam as resoluções erradas: a “falta de conhecimentos prévios”. Na matemática, existe uma ordem de aprendizagem na qual não se pode aprender a multiplicação sem haver antes o domínio da adição. Igualmente na álgebra existem conhecimentos que dependem de outros anteriores, relações já construídas pelo aluno. Moreira (2011) destaca essa interação como uma ideia prévia que seja relevante e que já exista na estrutura cognitiva do aprendiz.

Não é difícil encontrar em problemas matemáticos o envolvimento de vários conhecimentos necessários advindos de diferentes unidades temáticas. Isso, na verdade, é muito importante para que o aluno crie a capacidade de utilizar todos os conhecimentos disponíveis e observe as conexões existentes entre eles. Não é como se, após aprender algo do campo da geometria, passará para a parte de álgebra e nada mais será aproveitado. Tudo deve estar conectado, gerando, assim, um sentido maior: “O grande propósito das conexões é que ampliem a compreensão das ideias e dos conceitos que nelas estão envolvidos e, conseqüentemente, permitam aos alunos darem sentido à Matemática e entender esta disciplina como coerente, articulada e poderosa” (Canavarro, 2017, p. 38).

Ainda descrevendo as subcategorias, há a presença de mais duas que compõem a parte das resoluções corretas. A primeira é “diferentes estratégias de resolução”, na qual se encontravam as resoluções corretas que utilizavam majoritariamente a aritmética, já conhecida dos alunos, para se chegar à resposta desejada. Nessa primeira ainda não havia características algébricas. A segunda subcategoria, “estrutura ou linguagem algébrica aparente”, era justamente aquela em que havia a expectativa da concentração das respostas dos alunos, pois já demonstrava os raciocínios algébricos construídos por eles.

Essas duas últimas subcategorias se alinham com as pesquisas do *APPA Group*, um grupo de pesquisa de abordagens de álgebra, no qual se apontam dois tipos de soluções para problemas algébricos. O primeiro tipo de solução seria algébrico, envolvendo o pensamento com a incógnita, e o segundo utilizaria a aritmética como ponto de partida do que já é conhecido para se trabalhar então com as incógnitas (Branco, 2008).

Era possível visualizar respostas, nessa última subcategoria, de forma escrita, na qual o aluno fazia uma descrição da sua linha de pensamento, bem como havia aquelas que já traziam o aparecimento de algumas generalizações em formas de esquema ou até no uso de letras. O "x", que muitos já ouviram de professores de matemática, acabava aparecendo em algumas situações como a representação daquele valor que se desejava encontrar, mas ainda não se conhecia. A seguir, vê-se um quadro com a síntese das categorias e suas subcategorias, que foram descritas, anteriormente.

Quadro 1 – Categorias e subcategorias emergentes, a partir da análise das resoluções aos problemas propostos na pesquisa

Erros de resolução	Desenvolvimento do pensamento algébrico
- Resolução incompleta ou erro de cálculo - Interpretação do enunciado - Falta de conhecimentos prévios	- Diferentes estratégias de resolução - Estrutura ou linguagem algébrica aparente

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Serão apresentadas considerações sobre a forma de divisão, levando-se em conta um problema da sequência que teve a presença de quatro das cinco subcategorias dessa pesquisa. O primeiro problema da sexta sequência é enunciado a seguir: “um engenheiro foi contratado para construir uma casa em um terreno. Chegando ao local, solicitou ao dono uma planta com as medidas. O dono do terreno afirmou que ainda não tinha as medidas uma a uma, mas que o terreno era retangular, e seu comprimento era o dobro da largura. Ainda se sabia que o perímetro desse terreno era de 240 m. Assim, em posse desses dados, o engenheiro determinou a medida dos lados e a área desse terreno. A quais medidas ele chegou?”.

Nessa perspectiva, a partir das informações trazidas pela imagem da resolução do aluno, traçaram-se algumas inferências sobre a sua resolução. Na Figura 1, percebeu-se, na parte 1, que os cálculos apresentados não possuem uma lógica com o que está sendo proposto no problema, não sendo possível entender qual caminho foi tomado nesse momento inicial. Na parte 2, é possível visualizar que o aluno compreende o conceito de perímetro e usa um raciocínio a partir das medidas iguais duas a duas, para se chegar ao valor desejado, testando os valores, pois ainda não há a formação de um algoritmo algébrico. Por fim, na parte 3, se

percebe que o aluno aponta uma resposta de forma escrita, mas que atende apenas parte da pergunta sobre a medida dos lados do terreno, não concluindo os cálculos sobre a área deste.

Considerando-se as características acima observadas na resolução do aluno, na Figura 1 essa resolução está alocada na subcategoria “resolução incompleta ou erro de cálculo”. É possível perceber os cálculos inicialmente errados e, mesmo chegando-se aos valores dos lados, o problema não foi finalizado, sem atingir corretamente a resposta final.

Figura 1 – Exemplo da subcategoria Resolução incompleta ou erro de cálculo

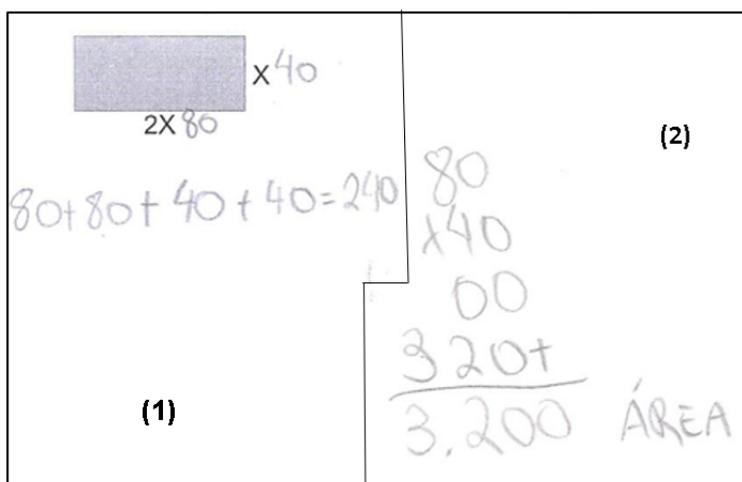
Fonte: excerto de resolução ao 1º problema da 6ª sequência (acervo do autor).

Na próxima resolução a ser analisada, na Figura 2, tem-se a presença de cálculos simples e diretos, na predominância daquilo que já se conquistou pela aritmética. Na parte 1 da figura é possível ver que o aluno compreendeu a relação de perímetro como a soma dos valores de todos os lados e conseguiu também executar bem a função que um dos lados possuía, o dobro

da medida do outro. Na parte 2, ocorre o cálculo da área desse retângulo, multiplicando-se as duas medidas encontradas para os lados, chegando-se corretamente ao valor de 3200.

O que se pode observar também, nessa resolução, é que, mesmo conseguindo determinar o cálculo do valor da área, o aluno ainda não possui o domínio da representação na correta unidade, não se apresentando os metros quadrados. Deste modo, tal resposta se encontra correta do ponto de vista dos cálculos, mas ainda com alguns detalhes a serem retomados. Esse tipo de resposta é muito comum na resolução de problemas matemáticos, nos quais o aluno nem sempre realiza descrições escritas, focando na execução dos cálculos. Posicionou-se, assim, essa resolução, na subcategoria de diferentes estratégias de resolução.

Figura 2 – Exemplo da subcategoria Diferentes estratégias de resolução



Fonte: excerto de resolução ao 1º problema da 6ª sequência (acervo do autor).

Na resolução da terceira figura, houve um número maior de divisões porque se acreditou ser interessante, já que o aluno mostrou um raciocínio bem completo em relação ao seu entendimento do problema. Acredita-se que ele tenha iniciado a resolução pela parte 1. Destarte, utilizando-se o X e o 2X presentes nas medidas dos lados do retângulo, ocorre o aparecimento da linguagem algébrica, fazendo uso da incógnita X, mesmo que de forma bem simples. Logo, vê-se que o aluno compreende que a soma dos quatro lados, em suas representações, a partir de

valores desconhecidos, deve chegar ao total de 240, como indica o próprio problema. Mesmo que ainda na parte 1 haja apenas o valor 24, faltando o 0 para completar o valor de 240, na parte 2 o aluno realiza a divisão corretamente: 240 dividido por 6, o que faz com que ele chegue ao valor 40, que representa a incógnita X.

Na parte 4, encontra-se a representação do perímetro e da área e se consegue verificar que o aluno posiciona o valor 40 na incógnita X e substitui a incógnita $2X$ corretamente por 80. O que não é passível de entendimento é a razão da representação se tornar 260, talvez por um cálculo errado do aluno na hora de juntar os valores novamente, pois, nessa situação, ele estaria apenas fazendo o que se chama de prova real a respeito da afirmação realizada acima com as incógnitas.

O cálculo da área do terreno ocorre de forma correta na parte 3, na qual o aluno realiza a multiplicação das medidas encontradas para os lados, já fazendo a indicação de M para metros, porém, sem ainda representar a unidade de metros quadrados. A parte 5 contém um complemento escrito sobre a resposta apresentada pelo aluno referente às medidas dos lados e à que foi obtida como área. Mesmo que essa resposta final não seja bem construída, diante de todo o esquema realizado pelo aluno, é possível notar o surgimento de um raciocínio algébrico por meio das representações utilizadas. Classifica-se, então, essa resolução, na subcategoria “estrutura ou linguagem algébrica aparente”, que era o que se desejava alcançar no desenvolvimento dessa pesquisa.

Figura 3 – Exemplo da subcategoria Estrutura ou linguagem algébrica aparente

 <p>(1)</p> $2x + 2x + x + x = 240$ $6x = 240$	<p>(3)</p> $\begin{array}{r} 80 \\ \times 40 \\ \hline 00 \\ 3200 \\ \hline 3200 \end{array}$
<p>(4)</p> $P = 80 + 80 + 40 + 40 = 260$ <p>A 3.200 m</p>	
<p>(2)</p> $\begin{array}{r} -240 \\ 24 \\ \hline 000 \end{array}$	<p>(5)</p> <p>R = O comprimento é 80m e os lados são 40m 3.200 m</p>

Fonte: excerto de resolução ao 1º problema da 6ª sequência (acervo do autor).

As três primeiras subcategorias foram exemplificadas a partir de um mesmo problema, mostrando também um pouco de como ocorreu a separação das resoluções nas subcategorias de acordo com as suas características. Algumas respostas foram semelhantes, pois eram realizadas em grupo, mas o que chamou a atenção é que nem sempre todos no grupo seguiam o mesmo raciocínio. Isso mostra que o agrupamento auxiliava a apresentação e discussão das ideias, porém, em algumas situações, servia para refutar uma resposta e, em outras, era como um reforço à resposta que já havia sido encontrada. O segundo problema da 6ª sequência será evidenciado para mostrar um exemplo da subcategoria de “interpretação do enunciado”: “Vinicius, Vitor e Vicente são irmãos e, nessa semana, os três tiveram seu peso (massa corporal) aferido para ingresso nas atividades físicas propostas por um treinador no contraturno escolar. Sabendo que o Vicente pesa o triplo do peso do Vitor mais 5 kg, que o Vinicius pesa o dobro do peso de Vitor mais 3 kg, e que Vicente e Vitor pesam juntos 105 kg, qual o peso de cada irmão?”.

Para a resolução desse problema, era necessário mobilizar os conhecimentos adquiridos anteriormente relativos a situações algébricas. Ressalta-se que, durante a aplicação dos problemas, todo o protagonismo era dado aos alunos nas oito etapas antes da formalização. Esse era o momento de o professor fazer uma curadoria em tudo que os alunos haviam apresentado, para então trazer, em linguagem matemática, o procedimento. Neste momento, o conteúdo era formalizado com os acréscimos do professor, mas não antes das investigações dos próprios alunos.

Alguns alunos ainda conseguiram realizar essa atividade por meio de raciocínio lógico, mas é interessante observar cada parte. Desta forma, ao realizar uma leitura atenta, notou-se que Vitor se tornou a incógnita, e os irmãos Vicente e Vinícius tiveram sua massa corporal em dependência do valor dessa incógnita. Se o aluno conseguisse perceber isso, já seria uma boa interpretação do enunciado: ainda se juntava a massa de Vitor e de Vicente, que estava em dependência de Vitor, para ser dado um valor de 105 kg. A partir dessas informações extraídas seria possível prosseguir a resolução.

Como se pode ver na parte 1 da Figura 4, o aluno consegue extrair que 105 kg é referente ao peso de duas pessoas e realiza a divisão por dois, no entanto, não é isso que o problema solicita. Na segunda parte externa do quadro, nem é possível entender e fazer inferências sobre qual o caminho se estava tentando tomar para se chegar a uma resposta. Há um esboço de subtração e adição não realizado corretamente e outros borrões que mostram a tentativa de se fazer um cálculo que não atenderia à necessidade, sem ajudar com a obtenção da resposta, de fato. Com todos esses fatores, chegou-se à conclusão de que o aluno não conseguiu ter uma boa leitura do enunciado e não obteve as informações para realizar a resolução, ficando distante da resposta.

Figura 4 – Exemplo da subcategoria Interpretação do enunciado

Handwritten mathematical work showing two calculations, (1) and (2).

Calculation (1) shows a subtraction: $105 \text{ L} - 54,5 = 50,5$. The student has written 105 L and $54,5$ with a minus sign, and the result $50,5$ is written to the right. There are also some other numbers like 10 and 105 written below.

Calculation (2) shows a multiplication: $145 \times 10 = 1450$. The student has written 145 and 10 with a multiplication sign, and the result 1450 is written below. There are also some other numbers like 15 and 10 written above.

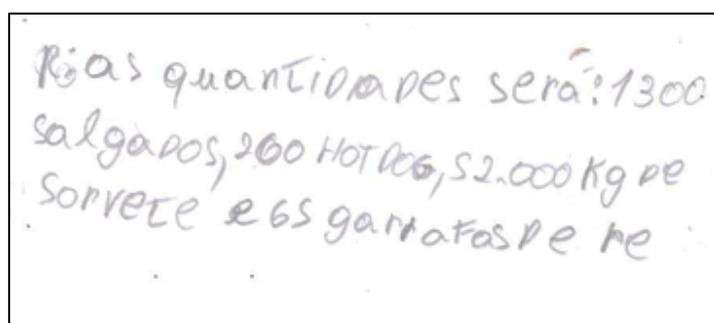
Fonte: excerto de resolução ao 2º problema da 6ª sequência (acervo do autor).

A última subcategoria a ser apresentada é referente à “falta de conhecimentos prévios”, que apareceu em algumas situações específicas, relacionada a alguns pontos que os alunos deveriam desenvolver, mas não conseguiram. Normalmente, dentro do próprio grupo, os alunos discutiam sobre um conceito que não estava claro na memória deles, como perímetro e área, que foram trabalhados em um dos problemas apresentados nessa pesquisa. Os conhecimentos dos alunos se somavam nos grupos, a partir das hipóteses e comparações, e esse momento de resolução do problema sempre trazia ricas contribuições ao processo.

Note uma dessas situações vista do seguinte problema proposto na sequência didática: “certo organizador de festas infantis recebeu um pedido para organizar uma pequena festa do Dia das Crianças em uma escola. Para isso, ele deveria servir *hot-dog*, salgadinhos variados, refrigerantes e sorvete de sobremesa. Ele sabe que cada pessoa consome um *hot-dog*, que 100 salgadinhos são suficientes para 20 pessoas, uma garrafa de 2 litros de refrigerante serve cinco pessoas, e que cada pessoa consome o equivalente a 200 gramas de sorvete. É preciso, por conseguinte, ver a quantidade necessária de cada alimento, sabendo que nesta festa haveria 260 pessoas.

De acordo com a Figura 5, não houve necessidade de recortes, pois o aluno apresentou a resposta de forma escrita. Aqui tem-se a questão da falta de conhecimentos prévios relacionados às unidades de medida, ao se realizar o cálculo e chegar a 52 mil gramas de sorvete, podendo ter sido apresentado nessa unidade ou então convertido para 52 kg. Esse conhecimento de transformação das unidades causa uma resposta exagerada de 52 mil quilogramas de sorvete, o que deveria ser analisado pelo aluno como algo absurdo.

Figura 5 – Exemplo da subcategoria Falta de conhecimentos prévios



Fonte: excerto de resolução ao 3º problema da 5ª sequência (acervo do autor).

Há alguns exemplos de como as resoluções foram divididas nas categorias e subcategorias de análise que emergiram a partir da leitura flutuante de todos os dados levantados durante a aplicação da pesquisa. Ao todo quase 30 alunos da turma realizaram os problemas, o que garantia uma quantidade significativa de resoluções para análise. Foram feitas várias leituras para organização desses dados, colocando cada resolução como pertencente a uma única subcategoria, de acordo com as características que esta apresentava.

Considerações finais

Os problemas que foram apresentados neste artigo integram o produto educacional de uma pesquisa de mestrado profissional, cujo objetivo era a proposição da metodologia de resolução de problemas em matemática para a unidade temática álgebra. A partir da aplicação

desse produto, levantaram-se os dados para análise, cujo referencial já havia sido previamente escolhido, seguindo pela análise de conteúdo, muito comum em pesquisas qualitativas. Para que tal análise fosse possível, foi necessário recorrer ao domínio iconográfico, utilizando as imagens das respostas dos alunos e traçando as inferências sobre elas, categorizando-as de acordo com características aparentes.

As categorias e subcategorias aqui definidas seguiram o olhar analítico dos pesquisadores envolvidos, traçando os dois blocos mais abrangentes que contêm as respostas corretas e incorretas. Na sequência, agruparam-se essas respostas por características específicas. Levou-se em consideração o processo da metodologia de resolução de problemas, bem como as habilidades exigidas pela BNCC para álgebra em cada sequência proposta, para que pudesse ser aplicada a análise de conteúdo. O processo ocorreu em seus momentos de análise inicial, na exploração dos dados levantados e na definição de categorias e subcategorias para inferências.

Tal procedimento permite a aplicação do mesmo produto educacional, a sequência de problemas para álgebra, ou, então, para outras unidades temáticas da matemática na BNCC, que podem se utilizar dessas categorias como estão postas. Profissionais de educação básica podem fazer uso dessa categorização nos momentos de análise dos resultados alcançados por seus alunos em tarefas cotidianas.

As avaliações de larga escala citadas, Saeb e Pisa, são exemplos de que, a partir do item proposto, se criaram hipóteses com relação ao que provavelmente levou o aluno a escolher cada resposta, em formato de múltipla escolha, e isso tornou os itens propostos suficientemente desafiadores. Assim, para escolher a opção correta, o aluno deverá realizar um processo cognitivo de mobilização de seus saberes, que se conecta ao processo da resolução de problemas. Daí a importância de os professores também criarem balizadores para correção das atividades, para que analisem o conhecimento matemático exposto e não caiam em subjetividades.

A análise iconográfica foi considerada uma opção possível em análises qualitativas de resoluções matemáticas, nas quais nem sempre encontramos blocos escritos que justificam com clareza o que o aluno pensou. Como as inferências em respostas de problemas matemáticos ficam a cargo de seus professores, é importante a definição de parâmetros, como os que foram

apresentados nessa pesquisa. Assim, tanto análises de pesquisadores matemáticos, como a prática docente cotidiana, podem se beneficiar desse procedimento, que pode ser flexível e adaptável a diferentes contextos.

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes De La Rosa. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In*: ALLEVATO, F. C. H. N.; JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H.; ONUCHIC, L. L. R. (Orgs.). **Resolução de Problemas Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALVES, Alda Judith. O planejamento de pesquisas qualitativas em educação. **Cadernos de pesquisa**, n. 77, p. 53-62, 1991.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011. 229p.

BRANCO, Neusa Cristina Vicente. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/1197>. Acesso em: 20 jul. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no PISA 2018**. Brasília, 2020. 185p.

BRASIL. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. **Resolução nº 510, de 07 de abril de 2016**. Brasília, 2016.

BRASIL. **Relatório SAEB**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. 248p.

BRASIL. MEC. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, 2018.

CANAVARRO, Ana Paula. O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões – ideias da teoria ilustradas com exemplos. **Educação e Matemática**, p. 144-145, 2017.

MASOLA, Wilson; ALLEVATO, Norma. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.



MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem Significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

NASCIMENTO, Adriano Roberto Afonso do; MENANDRO, Paulo Rogério Meira. Análise lexical e análise de conteúdo: uma proposta de utilização conjugada. **Estudos e pesquisas em psicologia**, v. 6, n. 2, p. 72-88, 2006.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, João Pessoa, v. 38, p. 105-119, 2018.

SELBACH, Simone. Por que ensinar Matemática. *In*: SELBACH, Simone *et al.* (Org.). **Matemática e Didática**. Petrópolis: Vozes, 2010. p. 39-42.

ZABALA, Antony. **A prática educativa**: como ensinar. Trad. Ermani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.