REVISTA BAIANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RELATO DE EXPERIÊNCIA

https://doi.org/10.47207/rbem.v5i1.20281

Introdução do pensamento algébrico: uma sequência de ensino por meio da resolução de problemas

PIRES, Rogério Fernando
Universidade Federal de Uberlândia. Doutor em Educação Matemática. https://orcid.org/0000-0001-5310-1997. rfpires25@hotmail.com

DIAS, Lindinalva da Silva
Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. Mestra em Ensino de Ciências Exatas. https://orcid.org/0009-0003-7592-4697. lm.dias@outlook.com.

Resumo: Este trabalho é um recorte de uma dissertação de mestrado cujo objetivo era investigar as implicações de uma sequência de ensino pautada pelas premissas do pensamento algébrico e da resolução de problemas na introdução das noções iniciais de álgebra com estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa de caráter qualitativo foi realizada com uma turma de 19 estudantes de uma escola da rede pública estadual localizada na cidade de Sorocaba – SP e consistiu no desenvolvimento de uma sequência de ensino composta por atividades que visavam o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir da resolução de problemas. Os resultados mostram que nas atividades menos complexas os estudantes conseguiram empregar o pensamento algébrico de maneira satisfatória. No entanto, para um aprofundamento das noções iniciais da álgebra, os significados do sinal de igualdade e as questões relacionadas à capacidade de realizar generalizações precisam ser mais bem explorados.
Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Resolução de Problemas. Noções de Álgebra.

Introduction to algebraic thinking: a teaching sequence through problem solving

Abstract: This work is an excerpt from a master's thesis whose objective was to investigate the implications of a teaching sequence based on the premises of algebraic thinking and problem-solving in introducing the initial concepts of algebra to 6th-grade students in Elementary Education. The qualitative research was conducted with a class of 19 students from a state public school located in the city of Sorocaba – SP, and it consisted of the development of a teaching sequence composed of activities aimed at fostering algebraic thinking through problem-solving. The results show that in less complex activities, students were able to employ algebraic thinking satisfactorily. However, for a deeper understanding of the initial concepts of algebra, the meanings of the equality sign and issues related to the ability to make generalizations need to be further explored.
Keywords: Algebraic Thinking. Problem Solving. Notions of Algebra.

Introducción al pensamiento algebraico: una secuencia de enseñanza a través de la resolución de problemas

Resumen: Este trabajo es un extracto de una tesis de maestría cuyo objetivo fue investigar las implicaciones de una secuencia de enseñanza basada en las premisas del pensamiento algebraico y la resolución de problemas en la introducción de nociones iniciales de álgebra con estudiantes de 6to año de Educación Primaria. La investigación cualitativa se realizó con una clase de 19 estudiantes de una escuela pública estatal ubicada en la ciudad de Sorocaba – SP y consistió en desarrollar una secuencia didáctica compuesta por actividades orientadas al desarrollo del pensamiento algebraico basado en la resolución de problemas. Los resultados muestran que en actividades menos complejas, los estudiantes pudieron emplear satisfactoriamente el pensamiento algebraico. Sin embargo, para profundizar en las nociones iniciales de álgebra, es necesario explorar mejor los significados del signo igual y las cuestiones relacionadas con la capacidad de hacer generalizaciones.
Palavras-Clave: Pensamiento algebraico. Solución de problemas. Nociones de Álgebra.

Introdução

As dificuldades dos estudantes identificadas no período de transição da aritmética para a álgebra é um assunto que vem sendo bastante debatido na área de Educação Matemática. Isso, porque tais dificuldades parecem estar presentes nos processos, e não no raciocínio apresentado pelos estudantes, de acordo com Dias (2019).

Na álgebra, as letras são utilizadas para representarem números, e para os estudantes parece ser muito complicado entender o significado das letras em uma expressão matemática, pois, para eles, a matemática são apenas números e as letras são usadas somente para representar grandezas, como “M” para metro, “G” para grama e “L” para litro.

Diante desse cenário que envolve a dificuldade dos estudantes de aprender álgebra, foi elaborado um trabalho de pesquisa de campo com estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental abordando as noções iniciais de álgebra. A álgebra apresenta muitas aplicações, sendo útil como ferramenta na modelagem de diversos problemas de variadas áreas dos conhecimentos, como Economia, Biologia, Física, Química, entre outras. Apesar de tanta aplicabilidade, alfabetizar algebricamente os estudantes no Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante, pois as dificuldades desse processo provêm de um processo mecânico, ou seja, são passados aos estudantes os procedimentos de como solucionar problemas. A partir de certo momento, eles param de questionar sobre como e em que usar a álgebra e passam a aceitar seu uso, o que é o início de um reconhecimento do caráter de ferramenta para resolver exercícios. Segundo Dias

(2019), um exemplo dessa prática é quando os estudantes aprendem equação de primeiro grau; às vezes, até sabem "encontrar o valor de x", como eles mesmo dizem, porém não sabem o porquê de resolver a equação. Um dos objetivos da álgebra é a manipulação formal de símbolos matemáticos, e um dos propósitos do ensino da álgebra é que o aluno utilize os conceitos algébricos em diferentes situações.

A prática mais frequente no ensino da Matemática vem sendo aquela em que o professor apresenta o conteúdo, mostra os exemplos, explica as propriedades, seguida de exercícios de fixação e aplicação em que o aluno aprende, por vezes, pela reprodução. Essa reprodução passa a ser para o professor a evidência de que ocorreu a aprendizagem.

Um dos grandes desafios para os professores está na reflexão do trabalho em sala de aula e o planejamento de situações que garantam efetivamente a aprendizagem dos estudantes. Nesse sentido, a relevância de experiências com a mesma natureza da que é relatada aqui, consiste em propor sistuações de ensino que promovam a efetiva aprendizagem dos estudantes e, não sejam pautadas apenas na mecanização de procedimentos para a realização de tarefas.

Diante desse cenário, foi desenvolvida uma pesquisa com o objetivo de investigar as implicações de uma sequência de ensino pautada pelas premissas do pensamento algébrico e da resolução de problemas na introdução das noções iniciais de álgebra com estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental. Assim, esse objetivo deu origem a seguinte questão que norteou a investigação: Quais as implicações de uma de ensino pautada pelas premissas do pensamento algébrico e da resolução de problemas na introdução das noções iniciais de álgebra com estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental?

Pressupostos teóricos

Como professores, sabemos que a construção da linguagem algébrica não deve objetivar apenas a aquisição de uma ferramenta para resolver problemas e cálculos meramente técnicos. Nessa direção, Teixeira e Magina (2018), frizam que é muito importante que essa construção desenvolva e exercite a capacidade de abstração e generalização. Alfabetizar algebricamente os estudantes do Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante para os professores. As dificuldades desse processo provêm da maneira de como a álgebra é introduzida aos estudantes, fazendo com que eles não saibam como aplicá-la de modo significativo (Teixeira e Magina, 2018). Por esse motivo, é necessário repensar o modo como os conhecimentos algébricos têm sido ensinados pelos professores e de que forma a aprendizagem tenha mais significado aos discentes.

De acordo com Teixeira e Magina (2018), a passagem da aritmética para a álgebra é um dos momentos cruciais para o estudante que está aprendendo Matemática. Trata-se de um dos pontos críticos do ensino, em que a Matemática, para os estudantes, muitas das vezes restringe-se a operar com números e resolver problemas em que as respostas são encontradas por meio de operações no campo da aritmética. Isso pode desencadear dificuldades em o indivíduo entender que a solução de um problema de Matemática pode ser encontrada fazendo esquemas, desenhos ou até mesmo utilizando a língua materna para justificar o raciocínio utilizado e a resposta encontrada.

Booth (1994) salienta que a álgebra é uma confusão e que ainda tem uma repercussão negativa entre os estudantes. Uma das maneiras de tentar descobrir por que é tão complicado compreender a álgebra foi identificar os tipos de erros e as razões desses erros. O autor nota, independentemente das idades dos estudantes, que os erros cometidos por eles eram semelhantes e que as dificuldades enfrentadas estavam no fato de querer obter uma resposta numérica. Eles acabavam não percebendo que o termo 2y ou 11y, por exemplo, seria uma resposta a determinado problema. Os estudantes possuíam uma preocupação muito grande com relação à maneira de como seria dada sua resposta, pois "n + 3" poderia ser a soma de 3 com a variável n, então, uma "instrução" para se resolver, como também uma resposta de uma questão a que se dá o resultado se efetuarmos uma adição. Outra sugestão que o autor menciona é não dar ênfase aos exemplos que sejam do tipo "duas maçãs mais 5 bananas" representando a forma algébrica 2m + 5b. Muitos professores acreditam que essa seja uma das maneiras mais apropriadas para apresentar a álgebra para as crianças, porém o autor coloca que tal exemplo favorece uma visão errada da álgebra, pois os estudantes podem representar como 7mb, justificando assim que 2 maçãs mais 5 bananas é igual a 7 maçãs e bananas.

Ponte, Branco e Matos (2009) nos mostram diferentes perspectivas da álgebra e indagam quais são os objetos fundamentais dela, e, para tanto, os autores demonstram de maneira bem simples dizendo que ela está relacionada à Matemática abstrata, tanto pode ser expressa por equações, inequações ou funções como pode ser representada por outras estruturas definidas por operações ou relações em conjunto. Outra colocação feita é a de que o propósito da álgebra são os símbolos e, se analisarmos esse campo da Matemática pelo uso de uma linguagem própria, faz sentido encarar a álgebra como manipulações de símbolos e expressões. Não se pode ignorar a importância dos símbolos, de modo que essa simbologia algébrica e os elementos de estudos tornam-se ferramentas para a resolução de problemas. No entanto, essa simbologia pode ser de certa maneira um sério risco para o significado da álgebra para os estudantes dos anos iniciais, perdendo assim seu referencial. É o que acontece quando se utiliza a simbologia de modo abstrato sem significado, transformando a Matemática em uma manipulação relacionada a práticas repetitivas de exercícios envolvendo expressões algébricas.

Sendo assim, o pensamento algébrico inclui também a capacidade de saber lidar com expressões algébricas, equações, sistemas de equações, de inequações e funções, estando associado à capacidade de interpretar e saber usar os símbolos matemáticos para resolver situações-problema. Podemos, então, colocar que a álgebra possui alguns aspectos importantes, tais como representar, raciocinar e resolver problemas. Outra questão está apenas em passar para os estudantes como solucionar uma equação de forma mecânica a fim de mostrar como se "encontra o valor de x", o que os autores Ponte, Branco e Matos (2009) chamam de visão "pobre".

No Ensino Fundamental, existe certa preocupação quando se trata de algumas operações e seus símbolos operatórios, um deles é o símbolo do sinal de igual. De alguma forma, quando se explica aos estudantes esse sinal, passa-se a ideia de que o sinal de igual indica apenas o lugar no qual deve se colocar o resultado da operação realizada. Ponte, Branco e Matos (2009) apontam três significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade: o primeiro relacionado à noção operacional; o segundo envolve a ideia de equivalência e, por último, a noção relacional.

O primeiro significado está relacionado com a noção operacional que surge, essencialmente, em contextos aritméticos. As crianças percebem o sinal de igualdade como um sinal de fazer algo, como em $2 + 4$ tem como resposta o algarismo 6. O segundo significado se refere ao conceito de equivalência do sinal de igualdade, o qual é muito importante para a compreensão de conceitos algébricos, por exemplo, o conceito de equação, o que nos faz lembrar logo da utilização da balança para desenvolver a noção de equivalência do sinal de igualdade no contexto de equações. O terceiro significado do sinal de igualdade (a noção relacional) envolve a compreensão de uma relação estática em uma igualdade aritmética ou algébrica, e um bom exemplo disso é pedir para que os estudantes completem a lacuna, tendo 15 + 3 = 10 + ___.

Uma das tendências para o ensino da Matemática é a resolução de problemas. Trata-se de uma metodologia de ensino importante no processo de ensino e aprendizagem, visto que requer a apresentação de uma situação desafiadora, despertando a curiosidade e o instinto investigativo do estudante. Onuchic (2012) salienta que esse tipo de metodologia é de grande relevância para ajudar os estudantes a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessários nas atividades de resolução de problemas. Assim, para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), um problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer. Nesse ínterim, um problema pode ser encarado como uma tarefa matemática para qual não se tem uma regra, um método ou um modelo pronto para a sua realização. Os caminhos para a execução da tarefa vão sendo desvelados à medida que a situação proposta vai sendo explorada.

Ao ensinar Matemática por meio da resolução de problemas, eles não são apresentados somente com o propósito de aplicação do que foi estudado, mas também com o intuito de aprender Matemática, e o emprego de diferentes situações pode contribuir para um movimento em busca da abstração, que inicialmente a linguagem utilizada é pouco formal e com o tempo o rigor da linguagem matemática vai sendo introduzido. Isso possibilita que o processo de ensino e aprendizagem aconteça em um ambiente que estimule o espírito de investigação, em que a principal ferramenta para novas descobertas é o conhecimento matemático.

Para solucionar problemas, um passo importante é fazer com que haja sintonia entre a escrita materna (com a qual é lida o problema) e a escrita matemática, cuja intersecção muitas vezes não acontece. Ler um exercício matemático ou extrair informações de um problema expresso na linguagem materna, passando-as em sentenças matemáticas, nem sempre é tarefa fácil. Por exemplo, na sala de aula, sempre são utilizadas atividades ou problemas que envolvem frações e, em algumas dessas situações, apresenta-se a frase “reduza ao mesmo denominador”, ou seja, reduzir significando converter ou trocar. Caso não seja trabalhada de maneira correta a interpretação do problema, o aluno terá dificuldades de fazer essa conversão, da escrita materna para a escrita matemática. Para quem possui conhecimento, isso parece ser tão óbvio, porém para a maioria das pessoas, em seu dia a dia, a palavra reduzir quer dizer tornar menor.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam interpretações fundamentais usadas com muita frequência em Matemática, e uma delas é a letra como incógnita, em que ela representa um número específico, porém desconhecido, ocorrendo muito em equações, por exemplo: $x + 5 = 18$; a letra como número generalizado, em que o aluno vê o símbolo (letra) como representada por vários números, exemplo: $a + b = 41$, e a letra como variável, sendo considerada a representação de um conjunto de valores, por exemplo: $2k$.

Os discentes encontram dificuldades de: conceber a letra como representação de um número ou um conjunto de número; pensar em uma variável como significado qualquer de um número; atribuir significado às letras existentes em uma expressão; dar sentido a uma expressão algébrica; e passar informações da linguagem materna para a linguagem algébrica.

Para Dias (2019), lidar com números desconhecidos com os estudantes requer sempre muito cuidado, uma vez que, na maioria das vezes, eles pensam que, quando se tem $x = 3$, a incógnita x tem valor numérico 3, em qualquer situação-problema. Um passo importante está em trabalhar vários problemas simples e até mesmo do cotidiano dos próprios estudantes, envolvendo valores desconhecidos ou quantidades desconhecidas. Um exemplo de problema contendo uma quantidade desconhecida: Andreza e Amanda foram à papelaria comprar cadernos. As duas tinham a mesma quantidade de dinheiro para gastar. Andreza saiu da papelaria com 1 caderno e 13,00 reais de troco; já Amanda comprou 2 cadernos de mesmo valor e saiu com 6 reais de troco. Logo, quanto custou cada caderno?

Outro aspecto a ser analisado visa sequências, padrões e regularidades que, além de envolver diversos problemas, abrange o ensino por completo, começando nos anos iniciais do Ensino Fundamental, passando para os anos finais e, por fim, no Ensino Médio, ou seja, a álgebra está diretamente ligada ao ensino da Matemática.

Em uma sequência repetitiva há uma unidade composta por diversos elementos ou termos. A compreensão da unidade que se repete pode não ser facilmente compreendida pelos estudantes nos primeiros anos do ensino básico, mas é possível desenvolver progressivamente, pois crianças mais novas podem completar uma sequência que se repete apenas seguindo um “ritmo” linear sem compreender a regularidade que está ocorrendo, porém apenas esse “ritmo” não é suficiente para se conjecturar ou generalizar tal sequência. Para que isso aconteça é necessário que o aluno entenda qual é a unidade que se repete, que cada termo da sequência depende do termo anterior e a sua posição nessa ordem contínua. Os autores Ponte, Branco e Matos (2009) descrevem alguns aspectos importantes para uma sequência crescente pictórica (pensamento de forma visual), analisando sua propriedade figurativa.

Outro ponto relevante a ser trabalhado na álgebra são expressões e equações e que não podemos deixar que a aprendizagem da Matemática torne-se fragmentada, com relação a todas as propriedades que são de extrema importância. Portanto, é necessária muita cautela no momento de ensino, ou seja, a maneira como se dará esse processo, visto que a maioria dos estudantes acaba se confundindo. Um exemplo está em colocar para o aluno 5y + 2y = 7y e ele compreender que não se trata apenas de uma igualdade, mas também que ambos os membros possuem o mesmo valor atribuído a y, isto é, que são equivalentes. As tarefas propostas devem promover a capacidade de compor e decompor expressões algébricas mantendo a equivalência dessas expressões.

Metodologia

O trabalho de caráter qualitativo, que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), consiste em uma abordagem na qual a metodologia de investigação enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais, foi realizado com os estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental com o propósito de introduzir algumas noções de álgebra e estimular o pensamento algébrico.

O ponto de partida foram situações-problema para que os estudantes pudessem elaborar conjecturas e descobrir propriedades como uma maneira de se resolverem problemas, e não apenas como um método "mecânico", considerando sempre a construção do conhecimento dos aprendizes como foco principal. Dessa forma, cada um dos problemas propostos, seguiram as dez etapas propostas por Onuchic e Allevato (2011) para o desenvolvimento do trabalho em sala de aula com a resolução de problemas, quais sejam: (1) proposição do problema – é o momento inicial em que o professor apresenta uma situação desafiadora para os estudantes; (2) leitura individual – é o instante destinado para que os estudantes individualmente realizem a leitura do problema proposto e comece a elaborar a sua interpretação; (3) leitura em conjunto – o professor realiza uma leitura coletiva com a turma; (4) resolução do problema – os estudantes após as leituras individual e coletiva, individualmente ou em pequenos grupos iniciam o processo de resolução utilizando os conhecimentos que já possuem; (5) observar e incentivar – durante o processo de resolução, o processor observa os procedimentos utilizados pelos estudantes, os incentiva a continuar naquele caminho ou faz questionamentos com o intuito que eles percebam que podem utilizar outras estratégias; (6) registro das resoluções na lousa – os estudantes se dirigem até o quadro e registram as estratégias que utilizaram com o intuito de compartilhar com a turma as soluções encontradas; (7) plenária – depois de terem compartilhado as estratégias, o professor proporciona um momento de debate para que as diferentes estratégias utilizadas sejam discutidas; (8) busca do consenso – se na etapa anterior houver divergência de ideias é importante que o professor faça uma mediação das discussões e as conduza a um consenso; (9) formalização do conteúdo – é o momento em que o professor diante das discussões e das soluções apresentadas formaliza o conteúdo estudado, o apresentando, se necessário, com o linguajar matemático adequado; (10) proposição e resolução de novos problemas – o professor propõe novos problemas que envolve o novo conhecimento construído.

Ao longo desse processo, foi mostrado aos estudantes que o que foi ensinado (álgebra) é importante para resolver problemas do dia a dia, como também para outros conteúdos da Matemática que virão posteriormente, além de tentar despertar o interesse pelo conteúdo proposto e ajudar o aluno a entender um problema. Ao trazer esses problemas para a utilização da simbologia da Matemática, apresentamos aos estudantes a finalidade do uso das letras para representar algo.

Por essa razão, foi elaborada uma intervenção de ensino envolvendo atividades práticas de tal forma que os estudantes pudessem perceber a importância e o porquê do uso da álgebra. Para tanto, foram realizados seis encontros com duração de 50 minutos cada aula, em que para cada encontro foi planejado um problema envolvendo diferentes temáticas, como por exemplo, transações financeiras, manipulação de balança de pratos e sequência numéricas e de figuras. Essas atividades foram desenvolvidas com uma turma de 19 estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental e seguiram as etapas evidenciadas por Onuchic e Allevato (2011).

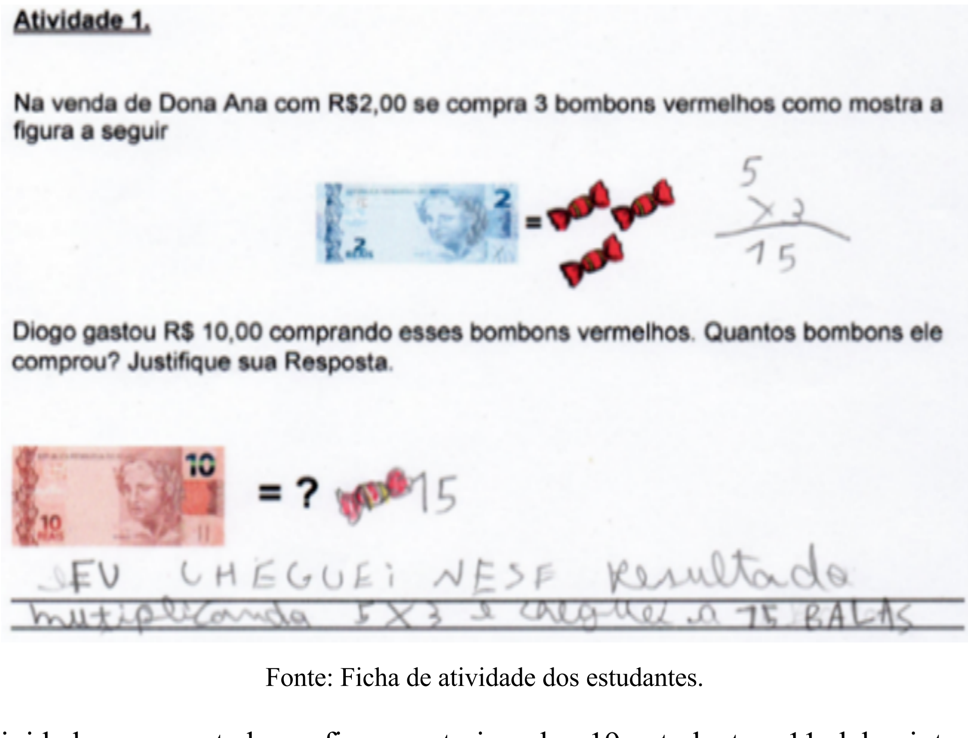
Análise e discussão dos resultados

No primeiro instante, foi pedido para que os estudantes se sentassem em dupla e que ficassem com o mesmo colega em todos os encontros. Foi deixado que os próprios estudantes escolhessem com quem gostariam de realizar as atividades em razão da afinidade entre eles. Como havia um total de 19 estudantes, foram separados em nove duplas e um aluno se ofereceu para fazer as atividades sozinho. Vale comentar que todos concordaram em participar das atividades, mesmo não sendo obrigatório; eles também escolheram nomes fictícios para colocarem nas atividades, como forma de preservar o anonimato.

Por se tratar de um recorte, devida limitação do número de páginas estabelecido nos critérios para publicação nesta revista, foram selecionadas as atividades que melhor representam as tarefas trabalhadas com os estudantes ao longo dos seis encontros.

Uma das atividades apresentadas a turma estava relacionada a situação-problema (Figura 1). Onuchic (2012) salienta que situações que causam desafios e apresentam contextos cotidianos, possuem grande importância para os estudantes, ajudando-os na compreensão dos conceitos, despertam a curiosidade e a criatividade, o que é essencial para o desenvolvimento de técnicas operatórias necessários nas atividades, podendo ser realizado por meio de resolução de problemas.

Figura 1: Atividade resolvida pelos estudantes “Biel” e “Junior”



Fonte: Ficha de atividade dos estudantes.

Na atividade representada na figura anterior, dos 19 estudantes, 11 deles interpretaram corretamente o problema proposto nessa atividade, após as etapas 1, 2, 3, e 4 propostas por Onuchic e Allevato (2011), apresentando assim respostas corretas. Os estudantes conseguiram ler, interpretar e compreender que, para comprar 3 bombons, havia a necessidade de 5 notas de 2 reais, ou seja, eles de certa forma entenderam o problema como uma relação de “muitos para muitos”, não sendo preciso saber o valor unitário, e sim que para cada grupo de três bombons (incógnita do problema) são necessários R$ 2,00 para a aquisição. Logo, é possível com R$ 10,00 adquirir cinco grupos, totalizando 15 bombons. Nesse caso, os estudantes “Biel” e “Junior” interpretaram corretamente o problema, podendo observar que pelo seu processo de resolução chegaram à resposta final adequada.

Houve estudantes que interpretaram acertadamente, porém utilizaram a soma para alcançar a resposta correta, fazendo uso de outro processo de resolução. Contudo, quatro duplas não conseguiram compreender de modo correto o problema proposto, ficando evidente o processo resolução para eles após completadas as dez etapas descritas por Onuchic e Allevato (2011).

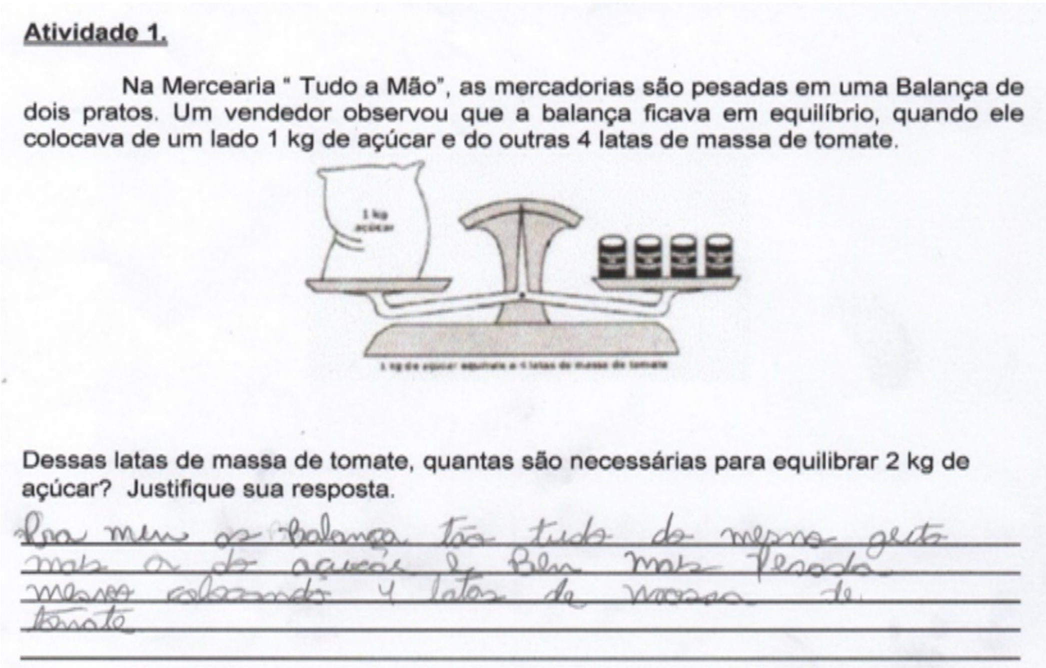
Nas observações feitas das atividades executadas pelos estudantes, procurou-se o respaldo na metodologia de resolução de problemas. Para Onuchic (2012), as atividades realizadas por meio de resolução de problemas precisam fazer sentido com relação à vivência dos estudantes, algo que seja mais próximo da realidade deles, foi o que constituiu um dos pilares desse problema, uma vez que o dinheiro está presente no cotidiano das pessoas.

Outro aspecto fundamental é a sintonia da escrita materna com a escrita matemática, porém muitas vezes essa intersecção não acontece. Ler uma situação-problema e extrair informações expressas na linguagem materna para depois passá-las em sentenças matemáticas nem sempre é fácil. Portanto, outro fator relevante a ser analisado pelo professor não está apenas na resposta correta do problema, mas também no desenvolvimento para que se dê importância ao processo da resolução.

Outra atividade realizada envolvia uma balança de dois pratos (Figura 2) que representava uma igualdade. Foram observadas as atividades resolvidas e nove estudantes não acertaram a questão, talvez pelo fato de não compreenderem que a balança em equilíbrio representa uma situação de equivalência. Desses nove que não responderam corretamente, quatro não deram nenhuma resposta, nem ao menos tentaram responder. Ao serem questionados por não terem respondido, tampouco tentado, eles disseram que ficaram com receio de resolver as atividades de maneira errada e preferiram não fazê-lo, uma vez que não conseguiam entender qual relação entre o saco de açúcar e as quatro latas de tomate.

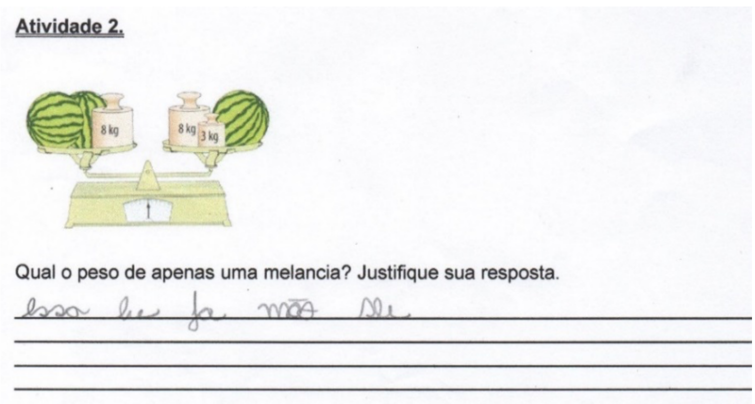
Isso de certa forma vai ao encontro dos dizeres de Ponte, Branco e Matos (2009) quando assinalam a importância de trabalhar com os diferentes significados do sinal de igualdade, para o qual, comumente, é atribuído um significado "pobre" de indicar o local onde se deve dar uma resposta numérica e, muitas vezes, significados como o de equivalência não são explorados

Figura 2: Atividade resolvida pelas alunas "Lili" e "Dalila"



Fonte: Ficha de atividade dos estudantes.

Figura 3:Atividade resolvida por "Lana" e "Deco"



Fonte: Ficha de atividade dos estudantes.

Ponte, Branco e Matos (2009) mencionam que o uso desse modelo de balança ajuda na resolução de equações, uma vez que facilita a compreensão das operações de eliminar o mesmo termo de ambos os membros, como também de multiplicar ambos os membros. Para tanto, é necessário que os estudantes aprendam a utilizá-lo.

Identificando então uma oportunidade para trabalhar com o lúdico e, tendo em vista a dificuldade revelada pelos estudantes nas atividades que envolvem a ideia de uma balança com dois pratos em equilíbrio, foi apresentada aos estudantes uma balança desse tipo. Foi proposto para as mesmas duplas que fossem até a balança para conhecê-la. A intenção da utilização da balança era a de que eles pudessem entender de maneira lúdica o que se estava pedindo nas atividades propostas e, principalmente, o conceito de igualdade e o princípio de equivalência. Primeiramente, foram apresentados todos os pesos que estavam com a balança, bem como a própria balança (Figuras 4).

Figura 4: Balança em equilíbrio

Fonte: Primeira autora, 2019.

Após a apresentação do material (balança e seus pesos), bem como do funcionamento dela, foram dadas algumas atividades como desafios, conforme estabelecido por Onuchic e Allevato (2011), a fim de que eles se familiarizassem com o equipamento e compreendessem seu funcionamento. Em um primeiro momento, foi mostrado para os estudantes quando a balança estaria em equilíbrio e aí, sim, os desafios foram lançados.

A atividade consistia em deixar a balança em equilíbrio, então foi posta certa quantidade de pesos em um dos pratos da balança, pedindo assim que cada dupla colocasse a balança em equilíbrio com os demais pesos que restaram.

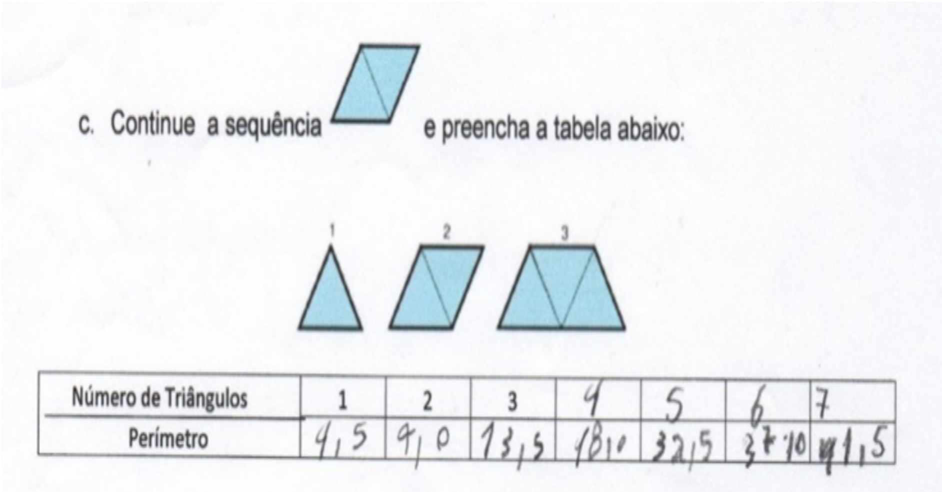
Os estudantes se divertiram tentando fazer com que a balança retomasse seu equilíbrio, porém em alguns casos, quando a dupla não conseguia o resultado esperado, outra dupla se propunha a ajudar. Foi muito gratificante vê-los ajudando-se mutuamente e, ademais, observar a discussão acerca da melhor maneira de resolver o problema proposto, o que vem ao encontro dos significados atribuídos ao sinal de igualdade, segundo Pontes, Branco e Matos (2009), citados anteriormente.

Alguns propunham resolver a conta em um papel analisando a quantidade de pesos que teriam que colocar no outro lado da balança para que ela se equilibrasse; outros pensaram em resolver por tentativa, colocando e tirando os pesos de um dos pratos da balança até que ela ficasse em equilíbrio. Ficou bem evidente que os estudantes conseguiram compreender essa igualdade e, na fala dos estudantes, também foi possível entender a atividade antes vista por eles, uma vez que o significado de equivalência foi construído por eles, o que anteriormente a essa atividade com a balança não fazia parte do rol de conhecimento desses estudantes. A ausência desse significado na realização das atividades anteriores pode ter ocorrido em virtude de eles não dominarem o conceito de equivalência e não saberem aplicá-lo em diferentes situações, ou simplesmente pelo fato de não conhecerem esse tipo de balança, ou seja, o equipamento não faz parte do cotidiano dos estudantes.

Outra atividade proposta aos estudantes consistia em que eles preenchessem uma tabela na qual seriam colocados os valores do perímetro de cada triângulo. Vale lembrar que a atividade (Figura 5), para efeito deste relato, é apresentada a partir do item c, porém os estudantes iniciaram no item a, recebendo primeiramente uma explicação do que seria perímetro, pois para muitos deles essa palavra era totalmente desconhecida. Ponte, Branco e Matos (2009) aduzem que um dos principais objetivos para desenvolver a capacidade de generalização e de usar a linguagem algébrica para expressar essas generalizações está em analisar as sequências pictóricas crescentes.

Ao analisar as respostas dadas pelos estudantes que não conseguiram responder de maneira correta, foi possível perceber que para cada triângulo adicionado era acrescentado também o valor do perímetro de um triângulo, ou seja, para um triângulo, os estudantes encontraram 4,5 cm de perímetro. Ao adicionar mais um triângulo, como mostrado no enunciado da atividade, os estudantes acrescentaram mais 4,5 cm, somando-se assim 4,5 cm para cada triângulo acrescentado.

Figura 5: Atividade resolvida pelos estudantes “Cordeirinho” e “Riqui”


c. Continue a sequência e preencha a tabela abaixo:

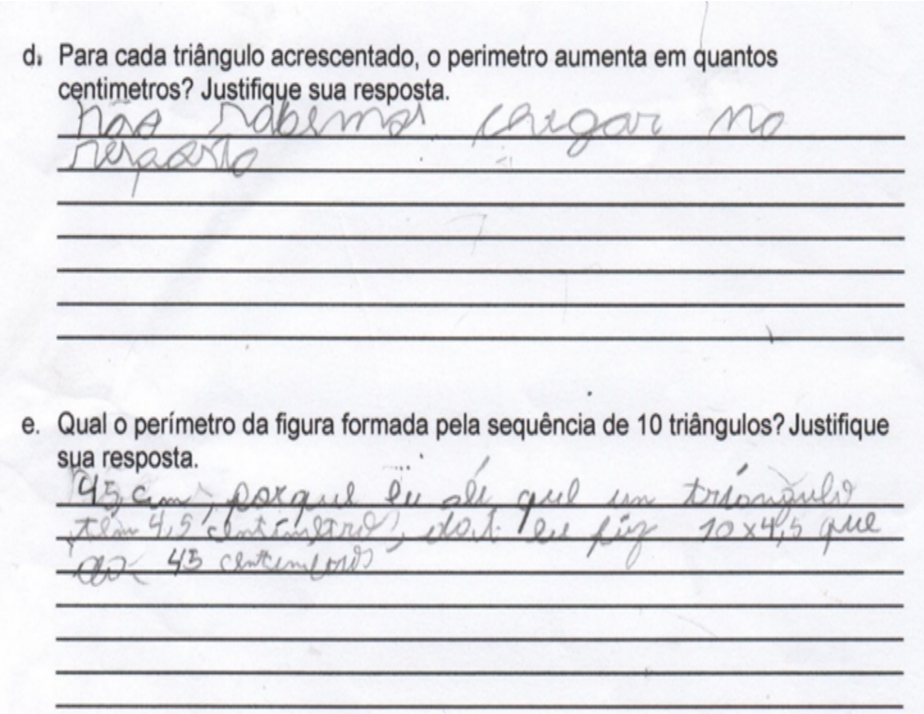
Número de Triângulos	1	2	3	4	5	6	7
Perímetro	4,5	9,0	13,5	18,0	32,5	37,0	41,5

Fonte: Ficha de atividade dos estudantes.

Os estudantes que responderam dessa maneira não compreenderam que 4,5 cm correspondiam ao perímetro apenas da primeira figura; nas demais seriam acrescentados somente 3 cm, que correspondem a apenas dois lados de um triângulo, pois o terceiro lado é aproveitado da figura anterior. Nesse sentido, Ponte, Branco e Matos (2009) salientam que, nas sequências pictóricas com repetição, é essencial que o estudante compreenda como ocorre essa repetição e sua importância para o processo de generalização.

As dificuldades prosseguiram nos outros itens da atividade; nos itens d e e foi possível perceber que houve dificuldades para que os estudantes pudessem resolver tais atividades; no item d, oito deles responderam corretamente, já no item e apenas quatro estudantes responderam de forma correta. A seguir, a Figura 6 ilustra uma das respostas dadas pelos estudantes que não entenderam a atividade.

Figura 6: Atividade resolvida pelos estudantes "Xerife" e "Scorpion"


d. Para cada triângulo acrescentado, o perimetro aumenta em quantos centimetros? Justifique sua resposta.

Não sabemos chegar no resultado

e. Qual o perímetro da figura formada pela sequência de 10 triângulos? Justifique sua resposta.

45 cm, porque eu vi que um triângulo tem 4,5 centímetros, daí eu fiz 10x4,5 que deu 45 centímetros

Fonte: Ficha de atividade dos estudantes.

Ao observar essa resposta, foi perguntado aos estudantes qual o motivo da resposta dada; eles responderam que não compreenderam a atividade. Disseram não saber o que precisavam fazer para resolvê-la. Ponte, Branco e Matos (2009) consideram que a capacidade de generalizar e de expressar o termo geral usando a linguagem algébrica depende muito do trabalho desenvolvido com os estudantes logo no começo da introdução algébrica, podendo ser feita ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, a dificuldade apresentada pelos estudantes nesses itens pode residir no fato de que os conceitos envolvidos nas atividades ainda eram incipientes para aquele grupo de estudantes, o que prejudica o processo de generalização, que era o objetivo central da atividade.

Diante do cenário apresentado ao analisar os resultados das atividades realizadas pelos estudantes, foi possível inferir, mediante o sucesso e o não sucesso dos aprendizes na execução das atividades, que a introdução do pensamento algébrico e a passagem da aritmética para a álgebra podem trazer dificuldades para o processo de ensino e aprendizagem, cabendo ao professor analisar os erros e também os acertos dos estudantes, observando cuidadosamente os processos empregados no desenvolvimento das atividades, a fim de identificar a origem das dificuldades e amenizá-las, pois nas atividades menos complexas é possível notar, no processo de resolução apresentado, a presença do pensamento algébrico. Contudo, para alcançar um nível mais avançado de pensamento, atividades mais complexas precisam ser trabalhadas. Nesse sentido, as ideias defendidas por Booth (1994) corroboram os resultados evidenciados aqui, no sentido de que ele enfatiza a importância de olhar para os erros cometidos pelos estudantes e procurar entender a origem deles.

Considerações finais

Esta pesquisa teve o objetivo de investigar as implicações de uma sequência de ensino pautada pelas premissas do pensamento algébrico na introdução das noções iniciais de álgebra com estudantes do 6.º ano do Ensino Fundamental.

Ao final da aplicação e análise das atividades realizadas em seis encontros, foi possível perceber que, mesmo diante das dificuldades que foram encontradas pelos estudantes, houve um avanço na aprendizagem dos conceitos abordados. Com relação à álgebra, os estudantes compreenderam melhor a equivalência, a partir das atividades envolvendo as balanças de pratos, qual a relação do sinal de igual em uma equação e também qual a importância de uma incógnita em uma situação-problema, amenizando os impactos da ideia de que em Matemática só se trabalha com números e, só se utiliza letras para representar grandezas, conforme enfatizado na introdução deste relato.

Entretanto, os estudantes mostraram dificuldades em alguns aspectos, por exemplo, na compreensão do enunciado do problema proposto, bem como a passagem da língua materna para a linguagem matemática e, em específico, para a linguagem algébrica. Outra dificuldade que ficou explícita está relacionada à observação de uma sequência com repetição e à generalização do pensamento envolvido, sendo esta última essencial para a organização das ideias e a tradução da linguagem materna para a linguagem simbólica matemática.

Vale lembrar que, ao apresentar esses resultados, que se trata da facilidade ou das dificuldades de responder as atividades, a intenção principal não era fazer com que os estudantes ao final dos encontros formalizassem seus conhecimentos acerca da álgebra, mas, sim, que eles, ao longo do processo, por meio do pensamento algébrico, pudessem descobrir propriedades que viabilizassem a introdução inicial das noções de álgebra, que posteriormente serão importantes para a formalização dos conceitos.

Diante de todo o processo para a obtenção desses resultados, é fundamental que esse tipo de trabalho não pare por aqui. Assim, para a continuidade do que foi desenvolvido, é importante que a mesma sequência de ensino seja realizada em uma quantidade maior de encontros para que possam envolver atividades práticas, lúdicas, como experimentos, para melhor compreensão do conteúdo, com um grupo maior de estudantes e, se possível, em unidades escolares diferentes, a fim de que se tenha uma amostragem mais ampla e que se possa efetuar uma análise mais aprofundada, contribuindo, dessa maneira, para o aprimoramento do ensino da Matemática, em específico da álgebra.

Vale salientar que o professor tem papel fundamental nesse processo e que ele deve estar ciente de seu papel como educador, compreendendo os objetivos da Matemática a serem alcançados e sendo capaz de criar situações-problema mais próximas da realidade dos estudantes.

Referências

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Siri. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTH, Lesley. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. *In*: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (org.). **As ideias da álgebra**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 23-36.

DIAS, Lindinalva da Silva S. **Introdução da álgebra:** desenvolvimento do pensamento algébrico no sexto ano do Ensino Fundamental. 2019. 120 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Departamento de Física, Química e Matemática, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2019.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Sueli. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>. Acesso em: 25 mar. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos? *In*: IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática, 2012. **Anais...** 2012. Disponível em: http://anaisjem.upf.br/download/cmp-14-onuchic.pdf. Acesso em: 10 out. 2017.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

TEIXEIRA, Antonio César Nascimento; MAGINA, Sandra Maria Pinto. Possibilidades de se introduzir o raciocínio funcional para o estudante do 5 º ano do Ensino Fundamental; contribuições para o debate. *In:* OLIVEIRA, Paulo César (Org.). **Produtos educacionais: contribuições de pesquisas na Educação Matemática.** São Carlos: EdUFSCar, 2018.