

**ARTIGO****doi** <https://doi.org/10.47207/rbem.v5i1.19965>**Saberes matemáticos e erros cometidos pelos estudantes do 4º ano diante dos problemas de Composição e Transformação****FERNANDES, Claudia Kelly Augusto**Universidade Cruzeiro do Sul. Mestra em Ensino de Ciências e Matemática. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-3542-1742>. E-mail: claudiakelly.CKAF@gmail.com**MARTINS, Priscila Bernardo Martins**Universidade Cruzeiro do Sul. Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6482-4031>. E-mail: priscila.bmartins11@gmail.com**CURI, Edda**Universidade Cruzeiro do Sul. Doutora em Educação Matemática. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6347-0251>. E-mail: edda.curi@gmail.com

**Resumo:** Neste texto pretendemos identificar os saberes matemáticos, os erros cometidos e as estratégias de estudantes utilizados por uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas dos significados de Composição e Transformação do Campo Aditivo em uma avaliação diagnóstica. Para tanto, recorremos a uma metodologia de natureza qualitativa, de tipologias, análise documental e de conteúdo, na qual adotamos como *corpus de análise* o documento "Orientador para sondagem de matemática - Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar-Ensino Fundamental (São Paulo, 2019), da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo. Para o desenvolvimento da pesquisa, buscamos aprofundamento teórico nos estudos de Vergnaud (1996; 2009) e de outros pesquisadores que se debruçaram na Teoria Conceitual Aditiva (Magina e Campos, 2004; Nunes, Campos, Magina e Bryant, 2001.). Dentre os resultados, destacamos que a partir dos dados coletados, foi possível identificar que a maioria dos estudantes foram capazes de compreender o cálculo relacional nos problemas que representam a ideia de Composição e Transformação. No entanto, as dificuldades surgiram principalmente na execução do cálculo numérico, especialmente na operação de subtração com reserva. Isso sugere que os alunos podem ter uma compreensão conceitual dos problemas, mas enfrentam obstáculos na aplicação prática dos algoritmos matemáticos.

**Palavras-chave:** Avaliação diagnóstica. Composição e Transformação do Campo Aditivo. Cálculo relacional. Resolução de problemas.

**Mathematical knowledge and errors made by 4th year students when faced with Composition and Transformation problems.**

**Abstract:** In this text we intend to identify the mathematical knowledge and errors made and the strategies

of students from a 4th year elementary school class. When dealing with problems regarding the meanings of Composition and Transformation of the Additive Field in a diagnostic assessment. To this end, we used a methodology of a qualitative nature, of typologies, document and content analysis, in which we adopted as a corpus of analysis the document "Guideline for mathematics survey – Literacy and Interdisciplinary Cycle – Elementary Education (SÃO PAULO, 2019), from the Municipal Department of Education of the Municipality of São Paulo. For the development of the research, we sought theoretical depth in the studies of Vergnaud (1996; 2009) and other researchers who focused on Additive Conceptual Theory (Magina and Campos, 2004; Nunes, Campos, Magina and Bryant, 2001.) Among the results, we highlight from the data collected, it was possible to identify that the majority of students were able to understand relational calculation in the problems that represent the idea of Composition and Transformation. However, the difficulties arose mainly in performing numerical calculation, especially in the subtraction operation with reserve. This suggests that students may have a conceptual understanding of the problems, but face obstacles in the practical application of mathematical algorithms.

**Keywords:** Diagnostic assessment. Composition and transformation of the additive field. Relational calculus. Problem solving.

## **Conocimientos matemáticos y errores cometidos por los estudiantes de 4º año ante problemas de Composición y Transformación.**

**Resumen:** En este texto nos proponemos identificar los conocimientos y errores matemáticos cometidos y las estrategias de estudiantes de una clase de 4to año de educación básica al abordar problemas relacionados con los significados de Composición y Transformación del Campo Aditivo en una evaluación diagnóstica. Para ello, utilizamos una metodología de carácter cualitativo, de tipologías, análisis de documentos y contenidos, en la que adoptamos como corpus de análisis el documento "Directriz para la encuesta de matemáticas - Alfabetización y Ciclo Interdisciplinario - Educación Primaria (SÃO PAULO, 2019) , de la Secretaría Municipal de Educación del Municipio de São Paulo. Para el desarrollo de la investigación se buscó profundidad teórica en los estudios de Vergnaud (1996; 2009) y otros investigadores que se enfocaron en la Teoría Conceptual Aditiva (Magina y Campos, 2004; Nunes, Campos, Magina y Bryant, 2001.) Entre los resultados destacamos que a partir de los datos recolectados se pudo identificar que la mayoría de los estudiantes lograron comprender el cálculo relacional en problemas que representan la idea de Composición y Transformación. Sin embargo, las dificultades surgieron principalmente en la realización de cálculos numéricos, especialmente en la operación de resta con reserva, lo que sugiere que los estudiantes pueden tener una comprensión conceptual de los problemas, pero enfrentan obstáculos en la aplicación práctica de algoritmos matemáticos.

**Palavras-Clave:** Evaluación diagnóstica. Composición y Transformación del Campo Aditivo Cálculo relacional. Solución de problemas.

### **Aspectos introdutórios**

Neste artigo evidenciamos alguns resultados de uma dissertação de mestrado intitulada "Os saberes e os erros cometidos por estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com Problemas do Campo Aditivo", que teve como objetivo de pesquisa "identificar, a

partir de um instrumento diagnóstico, os saberes matemáticos, os erros cometidos e as estratégias de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas de diferentes significados do Campo Aditivo". Assim, nesse texto trazemos para discussão alguns resultados desse estudo com ênfase nos significados de Composição e Transformação do Campo Conceitual Aditivo.

Vergnaud (1996) define o Campo Conceitual Aditivo como o conjunto de situações-problema, cuja solução está relacionada às operações de adição, subtração ou à combinação destas, envolvendo diferentes graus de complexidade. Para o autor, existem vários tipos de situações-problema que podem resultar em uma grande diversidade de ideias relacionadas às estruturas aditivas, dentre as quais estão os significados de Composição e Transformação.

Com a revisão de literatura, identificamos um número expressivo de pesquisadores que discutem essa temática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e que fundamentam as suas pesquisas na Teoria do Campo Conceitual Aditivo de Vergnaud (1996). Com base nos resultados dessas pesquisas, observamos alguns aspectos importantes e que norteiam estudos envolvendo as estruturas aditivas. Na pesquisa de Pereira (2013), os dados mostraram que estudantes leem e interpretam os enunciados e que as dificuldades estão centradas na execução do algoritmo convencional. Já no estudo de Guimarães (2017), a incidência de erros cometidos pelos estudantes está relacionada à troca de operação, não havendo conexão entre o cálculo mental e relacional; além disso, a influência dos verbos foi um fator relevante na escolha das operações. Nos estudos de Rocha (2019), as dificuldades dos estudantes não estão centradas apenas no algoritmo convencional, mas também na compreensão das relações que são estabelecidas entre os dados dos enunciados matemáticos. Os pesquisadores Etcheverria, Silva e Campos (2021) identificaram que estudantes obtiveram melhor desempenho em situações menos complexas e que para resolução, as palavras do enunciado influenciaram na escolha das estratégias (Etcheverria, Silva e Campos, 2021).

Ante ao exposto, neste texto pretendemos identificar os saberes matemáticos, os erros cometidos e as estratégias de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas dos significados de Composição e Transformação do Campo Aditivo em uma avaliação diagnóstica.

Para tanto, recorreremos a uma metodologia de natureza qualitativa, de tipologias, de análise documental e de conteúdo, na qual adotamos como *corpus de análise* o documento "Orientador para sondagem de matemática - Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar - Ensino Fundamental (São Paulo, 2019), da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo.

Para o desenvolvimento da pesquisa, buscamos aprofundamento teórico nos estudos de Vergnaud (1996;2009) e de outros pesquisadores que se fundamentaram na Teoria Conceitual Aditiva (Magina e Campos, 2004; Nunes, Campos, Magina e Bryant, 2001; entre outros).

O artigo está organizado em seções. Inicialmente, discute-se a Teoria do Campo Conceitual Aditivo. Na seção seguinte, discute-se o design metodológico e análise da avaliação diagnóstica. Por fim, na última seção, apresenta-se as conclusões do estudo.

## Referencial Teórico- Campo Conceitual Aditivo

Vergnaud (1996) define o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas como o conjunto de situações-problema, cuja solução está relacionada às operações de adição, subtração ou à combinação destas, envolvendo diferentes graus de complexidade. Para ele (2009), existe uma diferença entre medida e transformação. A medida corresponde ao número de elementos de um conjunto; já a transformação diz respeito à quantidade de elementos que poderá ser adicionada (transformação positiva) ou subtraída (transformação negativa) de um determinado conjunto.

Vergnaud (2009) ainda argumenta que existem vários tipos de situações-problema que podem resultar em uma grande diversidade de ideias relacionadas às estruturas aditivas, contudo, serão apresentadas as seis categorias das relações aditivas, mas no nosso estudo focaremos no processo analítico das duas primeiras categorias: **Primeira categoria:** a composição de duas medidas para resultar em uma terceira medida; **Segunda categoria:** a transformação de uma medida para resultar em outra medida.

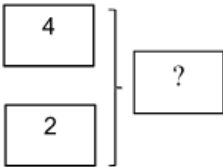
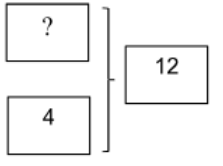
Conforme Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001), esta categorização fornece uma organização que ajuda compreender o significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, além de servir de subsídio para o cenário de experiências sobre esses processos matemáticos na sala de aula. Para os pesquisadores, ela contribui ainda para que o professor possa compreender as significações das operações, revelando a complexidade do trabalho a ser

desenvolvido em sala de aula para que os estudantes compreendam os conceitos envolvidos nessas operações.

Esclarecidas essas categorizações, passamos a apresentar algumas situações-problema, a fim de exemplificar cada esquema das quatro categorias (focos do nosso estudo) indicadas por Vergnaud (2009) nos quadros a seguir:

Nos problemas da primeira categoria **composição**, deve-se juntar ou separar duas medidas para resultar em uma terceira medida.

Quadro 1

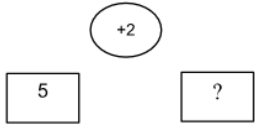
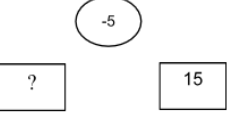
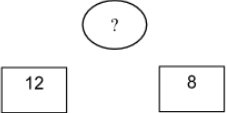
Exemplo de Problema	Descrição da busca	Cálculo Relacional	Cálculo Numérico
No aquário tem quatro peixes vermelhos e dois peixes amarelos. Quantos peixes têm no aquário?	Estado Final		$4 + 2 = 6$
No aquário tem 12 peixes, sendo alguns vermelhos e 4 peixes amarelos. Quantos peixes vermelhos têm no aquário?	de uma das parcelas		$12 - 4 = 8$

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2024)

Segundo Magina e Campos (2004), o tipo de problema do primeiro exemplo (valor final) apresenta maior possibilidade de acerto, tendo em vista que o único raciocínio exigido é a adição direta de duas quantidades que, neste caso, trata-se da quantidade de peixes amarelos e vermelhos.

Os problemas da segunda categoria referem-se à ideia de transformação, em que o valor é transformado em relação ao tempo. Podemos ter uma transformação positiva (ação é aditiva) ou uma transformação negativa (ação é subtrativa). A figura abaixo ilustra esse tipo de problema envolvendo transformação positiva.

Quadro 2

Exemplo de Problema	Descrição da busca	Cálculo Relacional	Cálculo Numérico
João tinha cinco moedas. Ganhou duas moedas do seu amigo. Quantas moedas ele tem agora?	Estado Final		$5 + 2 = 7$
João tinha algumas moedas. Perdeu cinco moedas e ficou com 15. Quantas moedas ele tinha antes?	Estado Inicial		$15 + 5 = 20$
João tinha 12 moedas. Perdeu algumas moedas e ficou com 8. Quantas moedas ele perdeu?	Estado Intermediário		$12 - 8 = 4$

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Para Magina e Campos (2004), no tipo de problema de transformação envolvendo a busca do Estado Final é esperado um bom desempenho dos estudantes, exigindo-se do estudante apenas a estratégia de resolução de um problema de transformação direta.

Os pesquisadores Nunes *et al.* (2008) afirmam que nos problemas que o valor desconhecido é o Estado Inicial, os estudantes apresentam desempenho menor, mesmo que os algoritmos apresentem números da mesma ordem de grandeza. Os pesquisadores destacaram a dificuldade gerada nas situações em que o Estado Inicial é desconhecido, baseada no fato de o enunciado sugerir que “ganhou” e a operação a ser feita é o inverso, ou seja, a subtração, ou que “perdeu” e a operação deva ser a adição.

Para a Magina *et al.* (2001), esse tipo de problema exige um raciocínio muito mais sofisticado que, segundo Vergnaud (1994), é um dos mais difíceis da categoria de transformação, tendo em vista que a resolução envolve a operação inversa.

### Design metodológico e análise da avaliação diagnóstica

Movidas pelo objetivo de identificar os saberes matemáticos, os erros cometidos e as estratégias de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas dos significados de Composição e Transformação do Campo Aditivo em uma avaliação diagnóstica. Para tanto, empregamos uma metodologia de natureza qualitativa, de tipologias, de análise documental e de conteúdo.

Godoy (1995) afirma que na pesquisa qualitativa há diferentes possibilidades, como a pesquisa documental. A autora nos alerta que, comumente, imaginamos que a pesquisa sempre envolve o contato direto do pesquisador com o grupo de participantes e esquecemos que os documentos se constituem como uma fonte valiosa de dados para estudos qualitativos.

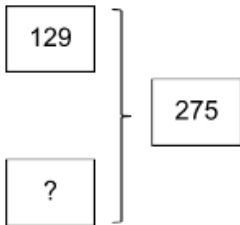
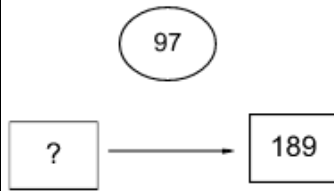
A palavra "documentos", no nosso estudo, faz menção aos protocolos dos estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao resolver as situações-problema propostas. Para analisar tais protocolos, utilizaremos o método análise de conteúdo na perspectiva de Moraes (1999) que, segundo ele, consiste numa metodologia de pesquisa empregada para descrever sistemáticas quantitativas ou não, e interpretar o conteúdo de documentos e de textos. Tal análise, conduzindo a descrições sistemáticas, nos ajuda a obter uma compreensão de seus significados em um nível que vai além de uma simples leitura.

Conforme anunciamos, o nosso *corpus de análise* foi o documento "Orientador para sondagem de matemática-Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar-Ensino Fundamental (São Paulo, 2019), da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo. Todavia, na nossa pesquisa, os instrumentos serão a sondagem de Resolução de Problemas do 4º ano do Ensino Fundamental, como uma avaliação diagnóstica que permite o acompanhamento da aprendizagem dos estudantes quanto a esse objeto de conhecimento (Campo Aditivo).

No 4º ano, os problemas envolvem a composição, a transformação positiva e/ou negativa, a comparação positiva e/ou negativa e a composição de transformação. No entanto, neste estudo focaremos nos problemas de composição e na transformação (São Paulo, 2019).

O quadro a seguir apresenta os problemas que fizeram parte do processo analítico, contendo o significado envolvido, o cálculo relacional e o numérico.

Quadro 3 – Os instrumentos de análise

Problema	Significado	Cálculo Relacional	Cálculo Numérico
<p><b>P1:</b> Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?</p>	Composição		$275 - 129 = 146$
<p><b>P2:</b> Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?</p>	Transformação		$189 - 97 = 92$

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)

As interpretações elaboradas neste capítulo foram organizadas por unidades de análises, etapa de unitarização do método análise de conteúdo na perspectiva de Moraes (1999), que significa que um elemento unitário de conteúdo será submetido à categorização. Tal processo, emergiu dos aportes teóricos deste estudo que nos deram subsídios para esse processo analítico. No Quadro 4, evidenciamos as nossas unidades de análises e as descrições.

Quadro 4 – Apresentação das unidades de análise

Unidade de Análise	Descrição
Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	enquadra-se o protocolo em que o estudante conseguiu identificar a operação correta e foi capaz de executar o cálculo, alcançando o resultado esperado.



Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico.	refere-se ao protocolo em que o estudante conseguiu identificar a operação correta, mas errou ao realizar o cálculo numérico.
Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico.	corresponde ao protocolo em que o estudante não conseguiu identificar a operação correta, porém, executou o cálculo adequadamente da operação escolhida.
Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	refere-se ao protocolo em que o estudante não conseguiu identificar a operação correta e não executou o cálculo escolhido adequadamente.
Respostas em branco.	corresponde ao protocolo em que o estudante não realizou nenhum registro, deixando a resposta “em branco”.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2024)

Com base nessas unidades, analisamos todos os protocolos dos 25 estudantes da turma do quarto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada na zona leste de São Paulo. Embora o nosso estudo não seja de natureza quantitativa, julgamos oportuno apresentar tabelas para visualizar melhor os resultados encontrados. Assim, a tabela abaixo apresenta um panorama dos erros e dos acertos relacionados aos dois problemas que fazem parte do nosso estudo.

Tabela 1 - Quantitativo de erros e acertos por categorias

Unidades de Análise		P1	%	P2	%
1	Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	16	64%	13	52%
2	Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico.	05	20%	07	28%
3	Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico.	00	0%	01	4%
4	Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	03	12%	02	8%
5	Respostas em branco.	01	4%	02	8%
Total		25	100%	25	100%

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2023)

Os dados da tabela mostram que o problema P1 foi o que apresentou melhores resultados, isso porque 64% dos estudantes acertaram as relações envolvidas e realizaram a operação corretamente.

Os dados chamam atenção para o P2, pois cerca de 27% dos estudantes acertaram o cálculo relacional, mas não identificaram a operação a ser realizada. O problema envolve a ideia de transformação Negativa, cuja incógnita está no valor inicial. Os pesquisadores Nunes *et al.* (2008) afirmam que nos problemas que o valor desconhecido é o estado Inicial, os estudantes apresentam desempenho menor, mesmo que os algoritmos apresentem números da mesma ordem de grandeza.

Um fato que nos chamou atenção e que consideramos importante destacar é que 100% dos estudantes utilizaram a técnica operatória algoritmo convencional em todos os problemas que foram propostos, não havendo a indicação e o registro de estratégias diferenciadas. A seguir apresentaremos a análise de cada um dos problemas e por Unidade de Análise.

### **Análise do problema P1 - Composição com “uma das partes” desconhecida**

Conforme destacamos, o Problema (P1) envolve o significado de composição, em que uma das parcelas é desconhecida. Neste problema, conforme dados expressos na tabela abaixo, cerca de 64% dos estudantes compreenderam as relações envolvidas e o cálculo numérico. Por outro lado, 20% dos estudantes cometeram erros na operação realizada e 12% não conseguiram realizar o cálculo relacional e numérico, revelando dificuldades na interpretação do problema e na resolução da subtração.

Tabela 2 - Resultados do Problema P1

Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Unidades de Análise		Quantitativo	Percentual
1	Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	16	64%
2	Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico.	5	20%
3	Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico.	0	0%
4	Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	3	12%
5	Eespostas em branco.	1	4%
Total		25	100%

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2023)

Esclarecido o resultado geral do P1, passamos a exemplificar cada uma das unidades de análise para o referido problema.

**Em relação à Unidade de Análise 1 - Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico**, o protocolo do aluno ilustrado na figura 1 mostra que o estudante compreendeu a relação “parte” e “todo”, identificou e executou corretamente o algoritmo da subtração. Contudo, na resposta, o aluno indicou um valor diferente do calculado, sugerindo falta de atenção no registro da resposta:

Figura 1 - Protocolo A3

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 129 \\ \hline 146 \end{array}$$

Resposta: 146 são jogadores estrangeiros

Explique como você pensou:

Eu peguei o maior número e subtraí pelo menor e cheguei ao resultado

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

O protocolo ilustrado na figura 2 revela que o aluno foi capaz de compreender a relação “parte” e “todo”, executou corretamente o algoritmo da subtração e alcançou o resultado esperado. Destaca-se a forma que o estudante utilizou o algoritmo convencional, separando os números de acordo em centena, dezena e unidade.

Figura 2 - Protocolo A17

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

C D U

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 129 \\ \hline 146 \end{array}$$

Resposta: 146 Estrangeiros

Explique como você pensou:

Eu fiz assim: Eu peguei a quantidade do total que é 275 e fiz a conta do menor com a quantidade do maior e fiz a conta

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

O protocolo ilustrado na figura 3 mostra que o estudante também compreendeu a relação “parte” e “todo”, foi capaz de executar o cálculo corretamente e justificou a escolha da operação utilizando a expressão “faria mais sentido”.

Figura 3 – Protocolo A13

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 129 \\ \hline 146 \end{array}$$

Resposta: Dá 146 figurinhas de estrangeiros

Explique como você pensou:

Eu pensei que a conta de menos faria mais sentido  
que entre as 275 figurinhas tem as 129 figurinhas  
dentro elas tem as dos estrangeiros

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Em análise aos protocolos apresentados, é possível concluir que a maioria dos alunos obtiveram êxito na resolução de problemas de composição com a busca de “uma das partes”. Para Magina (2008), este tipo de problema é resolvido pela maioria das crianças de 7 anos. A autora enfatiza que é necessário que o professor trabalhe situações variadas para ampliar o campo conceitual dos estudantes.

No que tange à **Unidade de Análise 2 - Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico**, os estudantes foram capazes de identificar o cálculo relacional, porém nenhum deles conseguiu realizar a subtração corretamente. Além disso, a maioria não conseguiu explicitar a forma que pensou para resolver o problema.

O protocolo da figura 4 mostra que o aluno compreendeu a relação “parte” e “todo”, porém, ao executar o algoritmo da subtração, percebeu que não é possível realizar a subtração do minuendo 5 da unidade pelo subtraendo 9 da unidade, então ele inverteu a ordem, subtraindo 9-5:

Figura 4 - Protocolo A1

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ -129 \\ \hline 146 \end{array}$$

Resposta: \_\_\_\_\_

Explique como você pensou: DACABESA

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

No protocolo da figura 5, o aluno conseguiu compreender a relação “parte” e “todo”, porém, ao executar a subtração, identificou a necessidade de “empréstimo”, entretanto errou ao considerar o minuendo 6 na unidade, de modo a subtrair 6-9. É bem provável que o aluno tenha um conhecimento limitado das propriedades do Sistema de Numeração Decimal.

Figura 5 - Protocolo A8

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ -129 \\ \hline 143 \end{array}$$

Resposta: 143

Explique como você pensou: EU VO FAZI V MEN

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

O protocolo ilustrado na figura 6 revela que o aluno foi capaz de compreender a relação “parte” e “todo, porém indicou o subtraendo (127) diferente do fornecido no problema (129); além disso, não realizou o cálculo de maneira adequada e não conseguiu explicar como pensou:

Figura 6 - Protocolo A9

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 127 \\ \hline 148 \end{array}$$

Resposta: 147

Explique como você pensou:

---



---



---

Fonte 1: Dados da pesquisa (2023)

O protocolo ilustrado na figura 7 revela que o aluno foi capaz de compreender a relação “parte” e “todo”; no entanto, ao resolver a subtração, o aluno não alcançou o resultado esperado. Acreditamos na hipótese de que o erro está relacionado à falta de atenção. É provável que ele tenha se equivocado na subtração ( $15 - 9$ ) e, por este motivo, não alcançou o resultado.

Figura 7 - Protocolo A22

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 129 \\ \hline 144 \end{array}$$

Resposta: MARIANA TEM 144 JOGADORES ESTRANGEIROS

Explique como você pensou:

EU PENSEI QUE 275 - 129 IRIA DAR O RESULTADO CERTO.

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

As dificuldades observadas nesta categoria concentram-se na operação da subtração com “empréstimo”. Para Monitto e Faria (2022), uma linguagem verbal não adequada pode levar os alunos ao erro, já que os procedimentos como “vai um” e “empréstimo” são frequentemente incompreendidos. Além disso, Nogueira e Signorini (2010) apontam que não há uma conexão entre o ensino do algoritmo convencional e as propriedades do Sistema de Numeração Decimal.

No que diz respeito à Unidade de Análise 4 errou o cálculo relacional e errou o cálculo numérico, os três estudantes que se enquadram nesta unidade apresentaram dificuldades no cálculo relacional e não conseguiram identificar a operação que resolve o problema. O protocolo ilustrado na figura 8 revela que o aluno não conseguiu compreender a relação “parte” e “todo”, utilizando o algoritmo da adição. Além disso não resolveu o cálculo adequadamente, pois não considerou o “vai um” posicionado na dezena:



Figura 8 - Protocolo A11

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ + 129 \\ \hline 404 \end{array}$$

Resposta: 394

Explique como você pensou:

EU PEDEI 275 MAIS 129

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

No protocolo seguinte, a figura 9 revela que os alunos não conseguiram compreender a relação “parte” e “todo”, pois apontaram a multiplicação para resolver o problema; além disso, não conseguiram desenvolver o cálculo indicado:

Figura 9 - Protocolo A21

1) Mariana tem um álbum com 275 figurinhas. Dessas figurinhas, 129 são de jogadores brasileiros e as outras são de jogadores estrangeiros. Quantas figurinhas são de jogadores estrangeiros?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times 129 \\ \hline 714 \end{array}$$

Resposta: \_\_\_\_\_

Explique como você pensou:

EU COLOQUEI 275 X 129  
714

Fonte 2: Dados da pesquisa (2023)

### Análise do problema P2 - Transformação com a busca do “estado inicial” desconhecido

O Problema (P2) envolve o significado de Transformação Negativa e a incógnita está no valor inicial. Neste tipo de problema, de acordo com os dados mostrados na tabela abaixo, um pouco mais da metade dos estudantes (52%) compreenderam as relações envolvidas e o cálculo numérico. Todavia, 28% dos estudantes, embora tenham identificado as relações, ao procederem com a operação, erraram no cálculo. Além disso, cerca de 8% dos estudantes não identificaram o cálculo numérico e relacional.

Tabela 3 – Resultados do problema P2

Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

	Unidades de Análise	Quantitativo	Percentual
1	acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico	13	52%
2	acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico	7	28%
3	errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico	1	4%
4	errou o cálculo relacional e o cálculo numérico	2	8%
5	Quantitativo de respostas em branco	2	8%
	Total	25	100%

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Cabe destacar que, neste tipo de problema, os erros cometidos pelos estudantes concentram-se na resolução da subtração com a reserva. Passamos a descrever, interpretar e exemplificar as resoluções por unidades.

No que tange à **Unidade de Análise 4 - Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico**

Para esta unidade de análise, cerca de 52% dos estudantes foram capazes de identificar o cálculo relacional e numérico. Cabe ressaltar que dois deles não identificaram a operação correta no primeiro momento.

O protocolo ilustrado na figura 11 sugere que, inicialmente, o aluno pensou em utilizar a adição, ou seja, não teve uma compreensão do cálculo relacional no primeiro momento. Acreditamos na hipótese de que ele tenha percebido que o cálculo da adição não forneceria o valor esperado, então ele alterou para subtração, alcançando o resultado.

Figura 11 – Protocolo A12

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 189 \\ - 97 \\ \hline 092 \end{array}$$

Resposta: PEDRO TINHA 92 PONTOS ANTES DA ÚLTIMA RODADA

Explique como você pensou:

FU ERRO COLOCA MAIS ALGUM SE COLOCA MAIS QUE PEDRO ENTÃO FU DE MENOS

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Assim como observado no protocolo anterior (A12), a figura 12 indica que o aluno também não teve inicialmente a compreensão do cálculo relacional. Primeiramente, ele utilizou a multiplicação e depois a adição. O registro no item “como você pensou” sugere que ele avaliou as respostas e chegou à conclusão de que os resultados obtidos não eram o esperado. Sendo assim, ele decidiu utilizar a subtração:

Figura 12 - Protocolo A23

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 204 \\ - 97 \\ \hline 97 \end{array}$$

Resposta: PEDRO TINHA 92 PONTOS ANTES DA ÚLTIMA RODADA

Explique como você pensou:

EU PENSEI EM MULTIPLICAÇÃO MAS DEU MUITO ALTO DAÍ PENSEI EM MAIS MAS TAMBÉM DEU ALTO TAMBÉM DAÍ PENSEI EM MENOS E DEU 92 PONTOS

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

No protocolo apresentado na figura 13, o aluno relacionou o problema P2 (Transformação) com o problema P1 (Composição). A explicação de como ele pensou sugere que ele utilizou o mesmo esquema que o problema P1:

Figura 13 – Protocolo A14

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 189 \\ - 97 \\ \hline 92 \end{array}$$

Resposta: Pedro ganhou 92 pontos

Explique como você pensou:

eu fiz a mesma coisa que fiz na 1

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Os protocolos das figuras 14 e 15 indicam que os alunos conseguiram identificar o cálculo relacional e executaram corretamente o algoritmo da subtração. Além disso, eles registraram a forma como pensaram para alcançar o resultado:

Figura 14 - Protocolo A17

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} \text{C DU} \\ 2189 \\ - 97 \\ \hline 092 \end{array}$$

Resposta: 92 Pontos e Pedro tinha antes.

Explique como você pensou:

Eu fiz assim: Eu peguei a quantidade total de pontos que Pedro fez e fiz menos com os 97 pontos que ele fez e ficou com o resto.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 15 - Protocolo A3

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 189 \\ - 97 \\ \hline 92 \end{array}$$

Resposta: Pedro fez 92 pontos antes da última rodada.

Explique como você pensou:

Eu pensei na conta de menos para se tirar os 97 pontos fora de 189 que é o resultado dos pontos.

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Em relação à Unidade de Análise 2 – Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico, no problema P2, os alunos desta categoria revelaram dificuldades na operação de subtração com reserva.

No protocolo da figura 16, observamos que o aluno identificou o cálculo relacional indicando a operação da subtração. No entanto, além de utilizar o minuendo (139) diferente do

fornecido no problema (189), ele deixa evidente a dificuldade em operar o algoritmo da subtração com reserva.

Figura 16 – Protocolo A5

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 139 \\ - 97 \\ \hline 164 \end{array}$$

Resposta: \_\_\_\_\_

Explique como você pensou:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

No protocolo da figura 17, percebemos que as marcas no papel indicam a utilização da multiplicação, evidenciando uma falta de compreensão inicial. No entanto, o aluno alterou para o algoritmo a subtração, porém não executou o cálculo corretamente.

Figura 17 - Protocolo A20

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 189 \\ \times 97 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 189 \\ - 97 \\ \hline 272 \end{array}$$

Resposta: essa eu resolvi que era 2165 cada varetas

Explique como você pensou:

pensei em fazer de 1897 a primeira

como que passou na minha cabeça

\_\_\_\_\_

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

No protocolo da figura 18, nota-se que o aluno calculou utilizando um minuendo diferente do problema, sendo o correto:  $189 - 97$ . A explicação de como ele pensou demonstra que a descrição “Quantos pontos tinham na última rodada” influenciou na escolha do cálculo numérico:

Figura 18 - Protocolo A19

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 0787 \\ -97 \\ \hline 090 \end{array}$$

Resposta: TINHA 90

Explique como você pensou:

EU VÍ NA ÚLTIMA FRASE "QUANTOS PONTOS  
TINHA NA ÚLTIMA RODADA" ENTÃO AÍ ONTA  
E DE MENOS

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Os erros mais frequentes nesta categoria referem-se à operação de subtração com reserva, assim como observamos na categoria 2 do problema P2. Identificou-se também a utilização equivocada dos números envolvidos no problema, como por exemplo a figura 18, protocolo A19. Se observarmos apenas o resultado do protocolo A19, consideramos como um erro, porém, ao avaliar todo o contexto, percebemos que o aluno possui o domínio tanto do cálculo relacional quanto do cálculo numérico, mesmo não alcançando o resultado do problema proposto. Neste sentido, Vergnaud (2009) aponta que é importante o olhar atento do professor, pois as respostas podem ser um indicativo da compreensão e podem servir como referência para realizar as orientações necessárias.

**No que tange à Unidade de Análise 3— Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico**, no protocolo da figura 19, observamos que o aluno não compreendeu o

cálculo relacional. O registro do item “explique como você pensou” confirma que ele pensou em encontrar “o todo”. Apesar de não ter alcançado o resultado correto, ele calculou corretamente o algoritmo da adição.

Figura 19 - Protocolo A15

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r}
 189 \\
 + 97 \\
 \hline
 286
 \end{array}$$

Resposta: \_\_\_\_\_

Explique como você pensou:

AV TODO FICOU 286

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

**Por fim, na Unidade de Análise 4 – Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico,** o protocolo ilustrado na figura 21 indica que os alunos não conseguiram identificar o cálculo relacional e não foram capazes de desenvolverem as contas adequadamente. Além disso, observamos dificuldades em justificar a escolha da operação, sugerindo dificuldades na interpretação do problema.



Figura 21 - Protocolo A21

2) Em uma partida de jogos pega-varetas, Pedro marcou 97 pontos na última rodada, terminando a partida com 189 pontos. Quantos pontos Pedro tinha antes da última rodada?

Resolução:

$$\begin{array}{r}
 597 \\
 189 \\
 \times \\
 \hline
 540
 \end{array}$$

Resposta: \_\_\_\_\_

Explique como você pensou:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Magina (2008) cita que Vergnaud considera este tipo de problema (classe de Transformação em que o estado inicial é desconhecido) como um dos mais difíceis, pois a resolução se dá pela operação inversa. Além disso, quando o valor inicial é desconhecido, os alunos poderão demonstrar dificuldade por não saber por onde iniciar a resolução do problema (Magina, 2008).

### À guisa de considerações

Em cada uma das unidades de análise, os acertos e os erros dos protocolos de respostas revelaram importantes informações sobre a compreensão dos estudantes nos problemas do Campo Aditivo.

A partir dos dados coletados, foi possível identificar que a maioria dos alunos foram capazes de compreender o cálculo relacional nos problemas que representam a ideia de Composição e Transformação. No entanto, as dificuldades surgiram principalmente na execução do cálculo numérico, especialmente na operação de subtração com reserva. Isso sugere que os alunos podem ter uma compreensão conceitual dos problemas, mas enfrentam obstáculos na aplicação prática dos algoritmos matemáticos.

Observando os resultados analisados, percebe-se o fato de que não houve dificuldades relevantes na interpretação dos problemas, contrariando uma crença comum na escola, pois muitos professores costumam atribuir os erros dos estudantes à interpretação inadequada dos problemas, porém os dados mostram que isso não foi uma questão significativa neste estudo.

Um aspecto que merece destaque é a falta de utilização de estratégias diversificadas pelos estudantes. Todos resolveram os problemas utilizando uma única técnica, o algoritmo convencional, o que sugere uma limitação no repertório de análise do cálculo relacional.

Neste sentido, concordamos com Magina (2008) que é necessário que o professor propicie situações variadas de diferentes complexidades para que o estudante possa ampliar os esquemas e as estratégias de resolução de problemas.

Conclui-se ressaltando a importância de os professores utilizarem uma variedade de situações e estratégias para resolver problemas, com objetivo de ampliar o Campo Conceitual dos alunos. Ao expô-los a diferentes abordagens, os professores podem ajudar os alunos a desenvolverem habilidades mais abrangentes, preparando-os para enfrentar uma variedade de situações.

Contudo, é importante ressaltar a importância na análise das respostas, pois os erros e acertos além de revelar as potencialidades e fragilidades na compreensão de conceitos aprendidos e podem fornecer diagnósticos que permitem a elaboração de estratégias mais eficientes.

## REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC.

CARMO, C. E. do; ETCHEVERRIA, T. C. Estratégias resolutivas de operações do campo aditivo: uma experiência com estudantes do 6º ano. **Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 17, p. e020055, 2020. DOI: 10.37001/remat25269062v17id407. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/179>. Acesso em: 20 nov. 2023.

ETCHEVERRIA, T.C. **Um Estudo sobre o Campo Conceitual Aditivo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. UFRB. Disponível em: [GT19-6639--Int \(anped.org.br\)](https://repositorio.ufrb.edu.br/handle/document/179).

ETCHEVERRIA, T.C.; SILVA, A. F. G.; CAMPOS, T. M. M. “Como faço a conta?” – Esquemas mentais e registros de representações das operações do campo aditivo. **Revista Em Teia**, v. 12, n. 3, 2021. DOI: 10.51359/2177-9309.2021.250393. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/250393>. Acesso em: 20 nov. 2023.

GODOY, Arlida Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de administração de empresas**, [s. l.], v. 35, p. 57-63, 1995.

GUIMARÃES, S. D. Resolução problemas de estrutura aditiva por alunos de 4º ano do ensino fundamental. **Revista Espaço Pedagógico**, [S. l.], v. 15, n. 2, 2017. DOI: 10.5335/rep.v15i2.7479. Disponível em: <https://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/7479>. Acesso em: 20 nov. 2023.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

NUNES, T. et al. **Educação matemática: números e operações numéricas**. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

PEREIRA, JFF. **Resolução de problemas do Campo Aditivo por alunos de 5º ano de uma escola pública da cidade de São Paulo**. Diss. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2012.

ROCHA, ELIANO DA. **Estratégias de resolução de problemas do campo aditivo: uma abordagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 2020. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In J. Brun (Dir.), **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

VERGNAUD, G. **Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance**. Investigações em Ensino de Ciências, v. 17, n. 2, p. 287-304, 2012.

VERGNAUD, G. **O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática**. **Educar em revista**, p. 15-27, 2011.