



ARTIGO

 <https://doi.org/10.47207/rbem.v4i01.16209>

Trigonometria no Ensino Médio: Uma proposta de ensino por meio da História da Matemática

PINHEIRO, Lucas de Jesus

Graduado em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) – Campus Salvador. Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-3309-2767>. E-mail: lucasjpinheiro1997@gmail.com.

CARNEIRO, Fernando Osvaldo Real

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) – Campus Salvador. Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7713-7852>. E-mail: fernandocarneiro@ifba.edu.br.

Resumo: A predominância das aulas tradicionais é comum na Matemática, todavia, tem sido questionada e vem passando por diversas mudanças que consideramos propositivas, tais como a utilização da História da Matemática, que é uma tendência contemporânea pertencente à Educação Matemática. Esta tendência surge como uma das alternativas ao método tradicional, podendo compor uma prática pedagógica que se torne útil nas aulas de Matemática, fomentando assim uma maior atratividade entre a sua audiência. A trigonometria é considerada um tema complexo por muitos, sobretudo por está apoiada apenas nos seus aspectos analíticos e algébricos, mesmo possuindo muitas aplicabilidades, por isso a contextualização histórica pode proporcionar uma melhor compreensão deste conteúdo. Desta forma, o objetivo deste trabalho foi auxiliar os alunos a compreenderem melhor o conteúdo de Trigonometria, através de um ensino mais relevante, para isto, propomos aulas contendo Narrativas Históricas Ilustrativas a partir da elaboração de um modelo próprio, almejando que as aulas se tornem mais interessantes, dinâmicas e contextualizadas. A pesquisa se desenvolveu em duas etapas, a primeira de caráter mais descritivo-exploratório, realizou-se pesquisas através de livros e trabalhos acadêmicos, buscando abranger os aspectos teóricos das temáticas envolvidas neste estudo e a segunda etapa foi baseada na pesquisa aplicada, onde foi apresentada uma proposta de ensino. Por tudo isso, esperamos que a proposta de criação e aplicação das Narrativas Históricas Ilustrativas nas aulas de Trigonometria permita que o professor trabalhe com a leitura, com a diversidade dos conhecimentos, com as ideias do estilo e coletivo de pensamento, desenvolvendo no aluno uma aproximação maior com a Matemática.

Palavras-chave: Trigonometria. Educação Matemática. História da Matemática. Narrativas Históricas Ilustrativas.

Trigonometry in High School: A teaching proposal through the History of Mathematics

Abstract: The predominance of traditional classes is common in Mathematics, however, it has been questioned and has been undergoing several changes that we consider positive, such as the use of the History of Mathematics, which is a contemporary trend belonging to Mathematics Education. This tendency appears as one of the alternatives to the traditional method, being able to compose a pedagogical practice that becomes useful in Mathematics classes, thus promoting a greater attractiveness

among its audience. Trigonometry is considered a complex subject by many, especially because it is based only on its analytical and algebraic aspects, even though it has much applicability, so the historical context can provide a better understanding of this content. In this way, the objective of this work was to help students to better understand the content of Trigonometry, through a more relevant teaching, for this, we propose classes containing Illustrative Historical Narratives from the elaboration of an own model, aiming that the classes become more interesting, dynamic, and contextualized. The research was developed in two stages, the first of a more descriptive-exploratory character, research was carried out through books and academic works, seeking to cover the theoretical aspects of the themes involved in this study and the second stage was based on applied research, where a teaching proposal was presented. For all these reasons, we hope that the proposal for the creation and application of Illustrative Historical Narratives in Trigonometry classes will allow the teacher to work with reading, with the diversity of knowledge, with the ideas of style and collective thinking, developing in the student an approximation higher with Mathematics.

Keywords: Trigonometry. Mathematics Education. History of Mathematics. Illustrative Historical Narratives.

Trigonometría en la Educación Secundaria: Una propuesta didáctica a través de la Historia de las Matemáticas

Resumen: El predominio de las clases tradicionales es común en Matemáticas, sin embargo, ha sido cuestionado y ha venido experimentando varios cambios que consideramos positivos, como el uso de la Historia de las Matemáticas, que es una corriente contemporánea perteneciente a la Educación Matemática. Esta tendencia aparece como una de las alternativas al método tradicional, pudiendo componer una práctica pedagógica que se vuelve útil en las clases de Matemática, promoviendo así un mayor atractivo entre su público. La trigonometría es considerada por muchos un tema complejo, especialmente porque se basa únicamente en sus aspectos analíticos y algebraicos, aunque tiene muchas aplicaciones, por lo que el contexto histórico puede proporcionar una mejor comprensión de este contenido. De esta forma, el objetivo de este trabajo fue ayudar a los estudiantes a comprender mejor el contenido de la Trigonometría, a través de una enseñanza más pertinente, para ello, proponemos clases que contengan Narrativas Históricas Ilustrativas a partir de la elaboración de un modelo propio, buscando que las clases se conviertan en más interesante, dinámico y contextualizado. La investigación se desarrolló en dos etapas, la primera de carácter más descriptivo-exploratorio, la investigación se realizó a través de libros y trabajos académicos, buscando abarcar los aspectos teóricos de las temáticas involucradas en este estudio y la segunda etapa se basó en la investigación aplicada, donde se presentó una propuesta didáctica. Por todo ello, esperamos que la propuesta de creación y aplicación de Narrativas Históricas Ilustrativas en las clases de Trigonometría le permita al docente trabajar con la lectura, con la diversidad de saberes, con las ideas de estilo y el pensamiento colectivo, desarrollando en el estudiante una aproximación superior con Matemáticas.

Palavras-Clave: Trigonometría. Educación Matemática. Historia de las Matemáticas. Narrativas históricas ilustrativas.

Introdução

O ensino da Matemática no Brasil, em sua grande maioria, foi associado a uma sala de aula vertical, onde o professor é o detentor do conhecimento e transfere o mesmo aos seus alunos. Portanto, o papel do professor configura-se muito bem definido. Esse modelo de



ensino é conhecido como ensino tradicional, que de acordo com Libâneo (2001): o professor é a autoridade, detém o conhecimento e transfere esse conhecimento para a sua classe e os alunos por sua vez assumem uma postura passiva no processo de ensino e aprendizagem. Corroborando com o autor, neste tipo de modelo de ensino cabe aos alunos, apenas acompanhar o raciocínio do professor, compreender suas explicações, preferencialmente, sem questionar. Esse tipo de metodologia de ensino acaba tornando as aulas cada vez menos dialógicas, conseqüentemente há menos trocas de conhecimento entre aluno e professor e entre os próprios alunos, além do professor cada vez menos conhecer os saberes e as necessidades dos seus alunos.

A aula tradicional apesar de possuir sua importância no processo de ensino e aprendizagem, não pode ser a única metodologia de ensino a ser abordada em sala de aula, pois de acordo com Mizukami (1986) é um tipo de ensino que não tem como foco contribuir com o desenvolvimento da capacidade de reflexão do aluno, mas com uma mera acumulação de conhecimentos de maneira superficial. Apoiado nessas reflexões da autora, infere-se que a utilização predominante desse método sistemático de ensino contribui de maneira negativa para o aprendizado dos alunos, pois eles estarão mais focados em decorar os assuntos e não em aprendê-los de fato.

Mediante a esse impasse, surge a necessidade de mudanças e de acordo com isso Libâneo (2001) afirma que existem professores que se preocupam não apenas em passar o conteúdo de sua componente curricular, mas em ajudar os seus alunos a refletirem melhor sobre o que estão aprendendo. Diante disso, entendemos que saber e querer fazer mudanças é um aspecto necessário, porém, não é suficiente, então para existir estas mudanças, o professor deve estar capacitado para promovê-las, por isso que Santos et al. (2016) afirma que a formação docente precisa garantir que o professor tenha uma melhor desenvoltura em sua profissão, por estar melhor preparado para ministrar suas futuras aulas. Concordando com os autores, o professor estará mais preparado para utilizar estratégias a fim de assegurar uma melhor aprendizagem dos seus alunos se estiver qualificado para isto. Em compensação, atualmente, o ensino da Matemática no país vem passando por grandes modificações propositivas, principalmente por conta do melhoramento das formações docentes iniciais e continuadas, com o avanço dos recursos tecnológicos digitais e com o uso das diferentes tendências em Educação Matemática.

Entre as diversas tendências em Educação Matemática, a História da Matemática é uma das que possibilitam os alunos a estarem em contato com a parte humana da Matemática, pois de acordo com De Gasperi e Pacheco (2018) esta tendência proporciona uma maneira dessemelhante de compreender a Matemática, tirando esse seu caráter rígido e transformando-a numa componente curricular mais humanizada.

A História da Matemática pode ajudar também na questão da contextualização, pois de acordo com Roque (2012) a componente curricular em si já é tratada como algo abstrato. Então é necessário que ela seja mais acessível para quem está aprendendo, por isso Roque (2012) menciona que a Matemática pode estar mais unida à realidade e mais ligada ao dia a dia dos alunos, não apenas por verem o entendimento aplicado à resolução de problemas de ordem prática, contudo, compreender como os conceitos estão associados uns com os outros, tornando coerente o seu conhecimento. Em concordância com Roque (2012), entendemos que os professores precisam se atentar a esse ponto, saindo da sua zona de conforto e tentando buscar novas alternativas para que a aprendizagem dos conteúdos seja melhor compreendida pelos alunos, podendo incluir os processos históricos como seus aliados.

Nos diversos conteúdos da componente curricular, assim como também na Trigonometria, na maioria das vezes, segue-se um modelo metódico, pois “quando estudamos Trigonometria, memorizamos fórmulas e regras, totalmente desarticulados no nosso cotidiano” (SANTOS et al., 2016, p. 5). Concordando com esse pensamento, é necessário reformular as aulas com o intuito de promover um ensino mais relacionado ao mundo real, ainda mais, por se tratar de um campo do estudo que contém várias aplicações em situações cotidianas e no âmbito da Ciência. Conforme Lindegger (2000) algumas das aplicações da Trigonometria são: na navegação, na engenharia, na astronomia, na física, na eletricidade, na agrimensura, na topografia e até mesmo na própria matemática. Mediante a essa vasta aplicabilidade da Trigonometria em diversas áreas do conhecimento, compreendemos que é essencial que os alunos possam perceber como este conteúdo no geral não está desconectado das situações concretas e não se resume a decorar fórmulas e a resolver contas.

Apesar de possuir diversas aplicações, os alunos têm dificuldades em aprender o conteúdo de Trigonometria, sendo que um dos motivos dessas adversidades está relacionado “[...] com a forma que ela é ensinada” (SANTOS et al., 2016, p. 5). Outra razão, afirma Lindegger (2000) é porque as pessoas possuem adversidades em associar a trigonometria com

o seu cotidiano, predominando sempre um passo a passo predeterminado com operações feitas automaticamente sem significância. Por isso, compreendemos que urge a necessidade de repensar a maneira como os assuntos de Trigonometria são trabalhados em sala de aula, para isso é preciso que o professor utilize uma metodologia que auxilie os alunos a compreenderem melhor estes conteúdos e uma forma é através das tendências em Educação Matemática.

De acordo com essa persistência dos professores em ensinar os conteúdos matemáticos, inclusive os de Trigonometria, de uma forma que prioriza apenas a parte algébrica e analítica, que a proposta de utilizar a História da Matemática foi escolhida como uma alternativa que vai de encontro a esse método tradicional. Além disso, a tendência também servirá para despertar o interesse dos alunos, otimizar as aulas, torná-las mais dinâmicas, melhorar o entendimento dos conteúdos e, por fim, auxiliá-los na compreensão da Trigonometria. Para isso, a proposta é elaborar as Narrativas Históricas Ilustrativas, através de um modelo próprio, a fim de ser um material que será utilizado pelos professores em suas aulas, com o objetivo de inserir aspectos históricos do conteúdo de Trigonometria. A construção das Narrativas Históricas Ilustrativas será baseada nas reflexões realizadas a partir das obras dos seguintes autores: Bianchi (2006), Pereira (2016), Barros (2011), Moscateli (2006), White (2001), Hidalgo et al. (2018), Kragh (2003), Forato (2009), Sequeira e Leite (1988), Litz (2009) e Palhares (2012).

A coleta e análise dos dados referente as pesquisas estão sendo realizadas por meio de artigos, livros, dissertações de mestrados, teses de doutorado e trabalhos de conclusão de curso, que trazem a História da Matemática, a Trigonometria e as Narrativas Históricas como foco principal de estudo, ou seja, a parte inicial da pesquisa é de caráter descritivo-exploratório, trazendo um referencial teórico que dialogue com os assuntos que serão abordados. A parte final da pesquisa assume um caráter mais baseado na pesquisa aplicada que vai basicamente sugerir propostas alternativas de aulas com o intuito de solucionar esse impasse que foi levantado na nossa problemática.

Através das análises das diversas propostas e pensamentos dos autores pesquisados a respeito da importância da utilização da História da Matemática como uma ferramenta para melhorar as aulas de Matemática, foi elaborado o seguinte problema de pesquisa: “*Como a*



construção de narrativas históricas ilustrativas podem potencializar o ensino de trigonometria?''.

As potencialidades pedagógicas da História da Matemática para o ensino

A utilização predominante do método tradicional nas aulas de Matemática, não assegura uma aprendizagem relevante, pois apenas expor o conteúdo sem refletir nos seus diversos aspectos e estabelecer que o conhecimento dos alunos seja limitado ao que foi abordado em sala, faz com que eles apenas o decorem e não consigam relacioná-los com situações cotidianas. Este pensamento é confirmado por De Gasperi e Pacheco (2018) que afirmam que aulas meramente expositivas não auxiliam na aprendizagem da componente curricular e nem na associação dos conteúdos de maneira interdisciplinar. Em vista disso, concebemos que é necessário que os professores encontrem outras alternativas, estratégias a fim de garantir uma aprendizagem que seja expressiva e contínua, e uma delas, pode ser a utilização da História da Matemática.

Ao falar de utilizar a História da Matemática em sala de aula, o que muitos podem pensar é que simplesmente serão informados pessoas, povos, lugares e datas acerca do assunto estudado. Todavia, esta tendência, pode ter um caráter mais relevante do que meramente informativo, pois Santos e Sousa (2020) afirmam não ser suficiente apenas reproduzir fatos históricos e indicar personagens relacionados à Matemática, sobretudo, refletir sobre os motivos e necessidades que nortearam o desenvolvimento de determinados conceitos e cálculos. Concordando com as autoras, Lindegger (2000) menciona que a mera exposição de fatos históricos não é o objetivo do professor quando está trabalhando com esta tendência em sala de aula, mas criar estratégias para que a História permita o aluno a entender os conceitos Matemáticos como algo associado ao mundo real. Ou seja, os autores compreendem que utilizar essa metodologia de maneira superficial não vai garantir a aprendizagem qualificada do aluno, por isso é necessário que o professor elabore uma boa proposta e que auxilie a sua turma a entender de maneira satisfatória os conteúdos.

A História da Matemática em sala deve facilitar o processo de ensino e aprendizagem, ou seja, ela é importante tanto para o professor que está abordando um determinado assunto, quanto para os alunos que estão tendo contato inicial ou não com este assunto. Santos e Sousa

(2020) corroboram com essa linha de raciocínio quando asseguram que a tendência precisa ser conhecida por professores e alunos, pois tal conhecimento ajuda a entender como o aperfeiçoamento da Matemática teve um papel fundamental para que a humanidade solucionasse as adversidades existentes na ciência e na tecnologia, assim como no progresso de ambas. (SANTOS; SOUSA, 2020). Complementando o pensamento das autoras, quando o docente elabora uma proposta para aplicar em suas aulas, ele não pode levar algo que seja interessante apenas para ele e que os alunos não compreendam ou se sintam desmotivados, todavia, deve se esforçar a fim de tornar suas aulas mais proveitosas e interessantes, potencializando assim a compreensão dos alunos.

Um dos principais desafios do professor de Matemática é tornar a aula mais interessante, agradável e significativa para os alunos, pois estes muitas das vezes possuem dificuldades com a componente curricular e se sentem desmotivados com a presença majoritária de números, regras e fórmulas, sem ter uma relação com o seu cotidiano correlato. Em contrapartida, Miguel e Miorim (2004) mencionam a existência de autores que consideram o saber histórico como fundamental para despertar o interesse dos alunos, pois compreendem que a inserção da história nas aulas de Matemática pode servir como uma compensação pelo empenho em aprender o conteúdo curricular. Ou seja, as fórmulas, os cálculos e as interpretações são as partes que exigiram maior dedicação dos alunos e a história ajudaria a tirar esse caráter sistemático da Matemática.

Mediante a esse fato, o professor precisa sair da sua zona de conforto e pensar em alternativas viáveis para não deixar que a Matemática recaia no puro algebrismo sem conexões, então De Gasperi e Pacheco (2018) enfatizam que a compreensão da Matemática através de sua História ocasiona no professor uma nova perspectiva em relação a sua componente curricular, assim como na ligação da Matemática com outras áreas do conhecimento. Eles afirmam que o docente pode, através da História da Matemática, conseguir ter ideias para inovar suas aulas, por adquirir um olhar diferente a respeito da Matemática, incluindo um saber interdisciplinar.

Assim como a História da Matemática é importante para o professor, também é essencial para que o aluno compreenda a componente curricular, pois de acordo com o pensamento de Santos e Sousa (2020), a utilização desta tendência nas aulas colabora para um entendimento histórico mais organizado, ajudando os alunos a associarem os conteúdos que



aprendem em sala de aula tanto com sua história, quanto com suas aplicações no cotidiano. Corroborando com as autoras, os alunos terão a oportunidade de participar de aulas mais interessantes, motivadoras, articulando o entendimento da matemática com seus processos históricos, ou seja, não estarão fadados a serem reféns de apenas resolverem contas e/ou problemas sem nenhuma conexão situacional.

Um aspecto importante no ensino é que os alunos estejam interessados em aprender e a participar das aulas, para isso, a História da Matemática pode servir como meio de instigação para os alunos que sentem dificuldades ou não gostam da componente curricular, pois de acordo com Santos e Sousa (2020) esta tendência precisa estar presente nas aulas de matemática, pois possui caráter estimulador. Entendemos então, que os alunos por estarem estimulados, terão interesse pelo assunto trabalhado em sala e assim compreenderão melhor os seus conceitos.

É importante salientar que ao trazer a História da Matemática para sala de aula, não despertará em todos os alunos o interesse pela componente curricular, nem garantirá que eles irão gostar da tendência e de acordo com esta afirmação, Miguel e Miorim (2004) mencionam que se a história tivesse capacidade para ser motivadora, o ensino de história nas escolas teria um caráter automotivador, algo que é desmentido pelos docentes dessa área de conhecimento, pois percebem que parte dos alunos não demonstram um certo tipo de interesse nas aulas desta componente curricular. Então, é possível notar que esta proposta de ensino, assim como as demais, possuem visões contraditórias quanto a sua inserção em sala.

Um impasse que existe ao utilizar a História nas aulas é com relação a trazê-la de modo distorcido, pois essas deturpações de acordo com Sequeira e Leite (1988, p. 32) “[...] podem contribuir para a falsificação da História da Ciência bem como para uma incorreta imagem da ciência, do conhecimento científico e dos cientistas”. Entendemos que isso acontece geralmente quando a História das Ciências, em especial a da Matemática, é muitas vezes transmitida pelos professores ou estão presentes nos livros de um modo que valoriza demasiadamente determinados cientistas e passam uma falsa impressão de que as ciências e também a matemática são um tipo de conhecimento que não está ao alcance de todos. Quem reforça esse pensamento é Forato (2009) e Hidalgo et al. (2018) que mencionam que a valorização excessiva de certos cientistas contribui para disseminação da ideia de que a matemática é acessível apenas para um grupo restrito de pessoas.

Outro impasse é a realidade das escolas possuírem um conteúdo programático repleto de assuntos. Segundo Sequeira e Leite (1988) os professores tendem a não empregar propostas de ensino que se diferenciam das rotineiras, porque elas iriam demandar mais tempo e seria inviável sua inserção nas aulas por existir diversos conteúdos ao longo do ano letivo. Concordando com o autor, a componente curricular Matemática possui uma ementa robusta e devido a isso alguns docentes sentem dificuldades em trazer a História da Matemática para as suas aulas.

Através da pesquisa, da análise e da compreensão das vantagens e desvantagens que a utilização da História da Matemática proporciona ao ensino da componente curricular e percebendo que as características otimistas associadas a esta tendência superam as suas limitações, foi então pensado em elaborar e apresentar uma proposta que auxiliasse os alunos na compreensão do conteúdo de Trigonometria, relacionando os conceitos de um determinado tópico com o seu processo histórico. Diante disso, foi então idealizada a elaboração de Narrativas Históricas Ilustrativas para o conteúdo de Trigonometria com o intuito de serem incorporadas no momento inicial de um conceito matemático.

A importância das narrativas históricas ilustrativas

Uma das diversas maneiras de utilizar a História da Matemática em sala de aula é no momento da introdução de determinado assunto e muitos livros didáticos de Matemática apresentam no início de alguns capítulos ou ao longo dos mesmos, fatos históricos e até mesmo aplicações que estão relacionados com o conteúdo em questão, mas na maioria das vezes é de maneira superficial e esta ideia é confirmada por Lindegger (2000, p. 74):

Quanto aos aspectos históricos, observamos que, de maneira geral, para se colocarem numa posição mais atualizada, em acordo com a Educação Matemática, os autores introduzem, no livro didático, citações de fatos históricos, até mesmo pequena referência à biografia de algum matemático, mas desvinculado do conteúdo que continua inalterado a várias edições. Ou seja, não há uma postura do autor em relacionar história e conteúdo.

Mediante a esse impasse, é necessário trazer os aspectos históricos de uma maneira que esteja relacionado com o conteúdo e que ajude a compreender o mesmo, para isso foi escolhido as Narrativas Históricas Ilustrativas.

Antes de apresentar as relevâncias das Narrativas Históricas para o ensino, é necessário buscar uma definição de alguns autores acerca do tema, para isso, o autor White (2001) define como: "[...] ficções verbais cujos conteúdos são tanto inventados quanto descobertos e cujas formas têm mais em comum com seus equivalentes na literatura do que com os seus correspondentes nas ciências" (WHITE, 2001, p. 98). Discordando do autor, as Narrativas Históricas não se resumem a invenções ou fingimentos, mas a intenção neste artigo é trazê-las de um modo a reproduzir de maneira fidedigna, por meio de um modelo próprio, aspectos históricos de um determinado conteúdo com o intuito de auxiliar na compreensão do mesmo.

Um pensamento diferente de White e mais próximo da proposta deste trabalho é o de Barros (2011) que baseado nas relações entre a filosofia de Paul Ricoeur¹ e a história menciona que o processo de construção das Narrativas Históricas não se baseia em reproduzir cópias dos acontecimentos passados, mas ela está fundamentada em informações confiáveis dos mesmos. Em concordância com o autor, as narrações não têm o intuito de mencionar cada detalhe de determinado evento como se o narrador tivesse presenciado, no entanto, a pessoa que está elaborando seu modelo próprio de narrativa, consegue este feito, através da análise dos dados disponíveis (textos, documentos, outras narrativas). White (2001) também ressalta o fato de não ter certeza das singularidades dos acontecimentos históricos, pois os historiadores são alheios aos mesmos.

Ao falar de narração na perspectiva histórica, o que muitos podem pensar é que simplesmente vão ser contados fatos do passado, porém Moscateli (2006) contradiz esse argumento mencionando que: as narrativas históricas são construídas com base em fatos, mas não se resumem a uma descrição superficial desses fatos, porém é necessário que os fatos estejam bem fundamentados. Entendemos que não devemos nos ater somente ao fato em si, mas, aos materiais históricos, as fontes que o cercam, tornando-se assim fatos históricos autônomos e fiéis ao que se pretende pesquisar. Em consonância com este ponto de vista,

¹ Paul Ricoeur (1913-2005) foi um filósofo francês e uma das suas obras é Tempo e Narrativa 1983-5 que é uma referência quando se trata de elaboração de narrativas de cunho histórico. (BARROS, 2011).

Barros (2011) afirma que: “A narrativa é sempre constituída de uma trama que constitui seus diversos episódios e, além de ligá-los entre si, os coloca em relação com o enredo mais amplo, daí resultando uma totalidade significativa” (BARROS, 2001, p. 6-7).

Ambos os autores têm visões correlacionadas que acabam se complementando, pois entendem que as Narrativas Históricas é mais do que fazer relatos de modo informativo do que aconteceu ou trazer os fatos de maneira desconexa, todavia, é necessário fazer um estudo cuidadoso a fim de trazer os aspectos mais importantes de determinado assunto, assim como conseguir fazer associação entre os mesmos, pois a Narrativa Histórica “[...] precisa ser entretecida por diversos fios que são vários destinos individuais, e acomodá-los em diversos episódios, que, destarte, não poderão estar isolados e desconectados” (BARROS, 2001, p. 13).

Segundo Moscateli (2006) a história a algum tempo é bastante considerada na perspectiva de narrativa, porém ultimamente existe uma preocupação de realizar alguns estudos que pretendem distingui-la das narrativas de gênero literário. Corroborando com o autor, em contraste com as Narrativas Históricas, as Narrativas Literárias por sua vez não precisam estar relacionadas com a realidade, pois não tem objetivo de reproduzir ou reconstruir os fatos ocorridos, mas se baseiam em ficções e de um certo modo divertem o leitor. Em concordância com o próprio Moscateli (2006) a literatura tem essa finalidade de entretenimento ao seu público-alvo.

Conhecendo então os aspectos importantes desses dois tipos de narrativas, o importante é que tais textos propiciem o leitor de elaborar suas próprias opiniões e crenças acerca do assunto tratado, pois de acordo com Barros (2011) as narrativas apesar de serem construídas de maneira fidedigna pelo historiador, também cabe ao leitor criar suas próprias visões a respeito do que está sendo lido. Em outros termos, compreendemos que o mais aconselhável é que os textos não estejam suscetíveis a apenas uma interpretação, a fim de não estarem fadados a fatos conhecidos, no entanto, possibilitar que o leitor adquira um entendimento mais profundo daquele tema e uma das maneiras de incentivar o leitor a refletir sobre o mesmo é através de questionamentos plausíveis.

Um dos cuidados que se deve tomar ao elaborar uma Narrativa Histórica é a respeito da distorção dos fatos históricos, pois segundo Forato (2009) apesar da presença da história da ciência ser importante no ensino é necessário evitar as distorções causadas por análises anacrônicas dos acontecimentos. Essas distorções surgem quando examinamos relatos do

passado, de acordo com o que sabemos atualmente, pois “De acordo com a visão anacrônica, a ciência do passado devia ser estudada à luz do conhecimento que temos hoje” (KRAGH, 2003, p. 99).

Para se ter uma compreensão da dimensão do erro causado ao discorrer os fatos de modo anacrônico, Forato (2009, p. 20) faz a seguinte reflexão:

Pontos de vista anacrônicos de qualquer fato ou de episódios da história da ciência interpretam e julgam os acontecimentos históricos de um período com valores, ideias e crenças de outra época, ou seja, avaliam o passado de modo preconceituoso, selecionando e enaltecendo conceitos e teorias “similares” aos aceitos no presente. Olhar para o passado com os olhos do presente pode vir tanto de ações ingênuas decorrentes de desconhecimento historiográfico ou de ações que buscam atingir determinados propósitos.

Ciente das consequências causadas pelos anacronismos presentes em um relato histórico, é essencial agora evitá-los e para isto, é necessário obter informações históricas por meio de fontes confiáveis, desconsiderando os conceitos e elementos do presente ou de uma época distinta do período analisado, ou seja, devemos utilizar os princípios diacrônicos no processo de construção das Narrativas Históricas. De acordo com esta estratégia, Kragh (2003, p. 100) reforça:

O ideal diacrônico consiste em estudar a ciência do passado à luz da situação e das opiniões que verdadeiramente existiam no passado por outras palavras, não considerar quaisquer ocorrências posteriores que não podiam ter tido influência no período em questão.

As Narrativas Históricas que serão elaboradas neste trabalho, evidentemente serão edificadas por meio de textos verbais, porém, com o intuito de reforçar a parte escrita, vão ser inseridas ilustrações (imagens) relacionadas ao tópico em questão. A presença das ilustrações nas narrativas é bastante importante pois de acordo com Litz (2009), no momento em que uma pessoa, em especial um aluno, vê uma imagem, ela estabelece relações com conceitos que ela já possuía. Corroborando com a ideia da autora, as ilustrações podem auxiliar na compreensão de um texto que é composto por escrita de forma majoritária.

O recrudescimento da presença de ilustrações, sobretudo no âmbito escolar, reforça a importância desse elemento como apoio a um entendimento de determinado conceito. A

leitura e a interpretação dessas ilustrações são essenciais, pois de acordo com Litz (2009) é preciso que as pessoas compreendam melhor as ilustrações, porque atualmente esse recurso está sendo muito utilizado como meio explicativo ou informativo.

Apesar de ser bastante interessante a utilização de ilustrações em apoio a um texto escrito, Litz (2009) chama atenção que o uso dessa ferramenta de ensino não deve ser feito de qualquer maneira, mas é importante fazer uma análise se a ilustração vai de fato auxiliar a compreensão daquele conteúdo. Complementando esse argumento da autora, é essencial que: as ilustrações utilizadas no ensino de História auxiliem o entendimento da componente curricular, História, assim como a compreensão do conteúdo estudado em sala ajude no discernimento da mensagem que a ilustração pretende transmitir (PALHARES, 2012). Ou seja, entendemos que é fundamental que as ilustrações escolhidas contemplem o sentido que se pretende transmitir para quem for fazer sua “leitura”.

Contudo, acredita-se que a partir desses aspectos importantes que as Narrativas Históricas e que as ilustrações possuem no entendimento de certo assunto, que será analisado quais parâmetros serão utilizados na construção das narrativas, por fim, serão elaborados modelos próprios de Narrativas Históricas Ilustrativas referente aos tópicos concernentes ao conteúdo de Trigonometria.

Proposta e exemplos de modelos de narrativas para o ensino de trigonometria

A proposta de elaboração das Narrativas Históricas Ilustrativas com os conteúdos de Trigonometria vai ser baseada na visão de diversos autores acerca das temáticas, a saber: Bianchi (2006) e Pereira (2016) a respeito das investigações e adoção das estratégias didáticas que serão utilizadas; Barros (2011), Moscateli (2006) e White (2001) trazendo aspectos importantes das Narrativas de um modo geral; Hidalgo et al. (2018), Kragh (2003), Forato (2009) e Sequeira e Leite (1988) em relação a não construir relatos anacrônicos de qualquer tipo; e finalmente, Litz (2009) e Palhares (2012) reforçando a importância de conter imagens que auxiliem o leitor na compreensão de determinado assunto de um modo mais animado e que lhe ajude a refletir e fazer associações com fatos do cotidiano.

Dentro das propostas relacionadas a adoção de estratégias didáticas ao utilizar a História da Matemática na estruturação das narrativas, iremos nos basear em todas as quatro

existentes: “estratégia didática” que segundo Bianchi (2006) e Pereira (2016) contribui para aprendizagem de algum conceito referente a própria componente curricular; “elucidação dos porquês” que de acordo com Pereira (2016) ajuda a entender os motivos que contribuíram para o desenvolvimento de certo conteúdo matemático, assim como também detalhes da sua origem; “elucidação do para que?” o qual é explicado por Pereira (2016) como a explanação das utilidades do assunto matemático em questão, de maneira interdisciplinar e intradisciplinar e por fim, “formação cultural geral” que em concordância com as autoras Pereira (2016) e Bianchi (2006) são a única estratégia didática que não tem como objetivo desenvolver conhecimentos e habilidades relacionados com a Matemática, mas ajuda o aluno a ter compreensão mais geral do assunto que está sendo estudado.

Então, a ementa das referidas narrativas aqui estruturadas seguirão os seguintes quesitos: Relatos históricos através de um modelo próprio baseado em fontes confiáveis, conter ilustrações (imagens) atrativas relacionadas ao fato histórico e ao conteúdo, uma análise diacrônica (evitando assim qualquer tipo de anacronismo), ajudar o leitor a compreender algum conceito ligado a Matemática, trazer aspectos filosóficos e socioculturais da época em questão.

Narrativa: O complemento da corda geoTRIGonométrica

Nesta narrativa vamos tentar entender como o conceito referente a uma relação trigonométrica foi sendo construído ao longo do tempo, assim como suas aplicações, os motivos que nortearam tal desenvolvimento e os aspectos socioculturais das épocas. Vamos começar falando sobre os indianos. O território indiano sempre esteve sujeito a invasões de diversos povos, mas houve um período em que cessaram essas incursões e que houve domínio unificado na parte setentrional da Índia pelos próprios nativos na era Gupta. Essa época ficou conhecida como “A Era de Ouro da Índia”, que de acordo com Eves (2011) contou com um bom desenvolvimento das atividades intelectuais relacionadas a literatura, as artes, a filosofia e às ciências (em especial a Matemática como ferramenta para a astronomia).

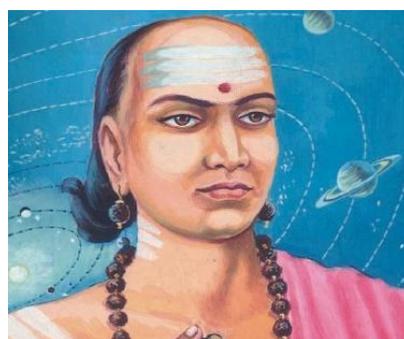


Figura 1: Ariabata ([20--?])

Nesse período conhecido como Império Gupta viveu um estudioso chamado Ariabata (476 – 550), como mostra a Figura 1, que foi um astrônomo e matemático indiano. Ele estava interessado principalmente em astronomia e utilizava a meia corda nos seus estudos. Além da tabela construída por ele conter os valores da meia corda que é representado na Figura 2 pelo segmento “t”, também continha os valores dos segmentos de “m” e “s”, com valores de ângulos de 3,75° a 90°, de 3,75° em 3,75°. Como já vimos, a meia corda que é o segmento “t” representado na Figura 2 é o seno do ângulo α , quando o raio é unitário e com a mesma condição os segmentos “m” e “s” são respectivamente, o cosseno do ângulo α e o verseno do ângulo α . Mas foram termos que surgiram em tempos posteriores.

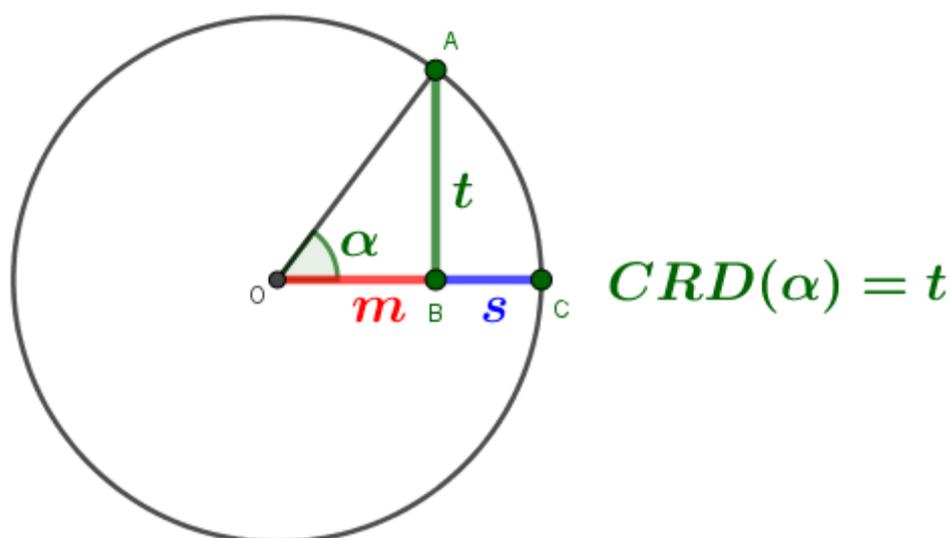


Figura 2: Estudo de Ariabata sobre as meias cordas (ELABORAÇÃO PRÓPRIA, 2022)

Dando um salto de quase um milênio, o século XV foi uma época marcada pela intensificação das navegações (Figura 3), principalmente pelos ingleses, pelos franceses e

pelos povos da atual Península Ibérica, espanhóis e portugueses. De acordo com Eves (2011), estas nações europeias iniciaram atividades comerciais com os povos asiáticos, porém tais transações financeiras não estavam sendo muito lucrativas, pois havia um grande monopólio dos mercadores italianos sobre os produtos que eram transportados pelo mar mediterrâneo e isto devido ao fato de possuírem uma localização geográfica estratégica e oportuna, fazendo com que eles tivessem controle na região. Então é notável que as motivações das navegações eram de natureza econômica ligada ao comércio, além disso, a realização de atividades de cunhos expansionistas, tais como, a amplificação dos seus territórios e a exploração das terras conquistadas.



Figura 3: Embarcações na Era das Navegações ([20--?])

Devido a essa necessidade de buscar novas rotas comerciais com o objetivo de se aventurarem por elas, houve a precisão de desenvolver bons mapas e mais completos do que o da Figura 4, para que essas navegações fossem possíveis e bem-sucedidas, sobre isso Boyer (2012, p. 209) afirma:

As explorações geográficas tinham ampliado os horizontes e criado uma necessidade de melhores mapas, mas nisso o escolasticismo e o humanismo eram de pouca ajuda, pois as novas descobertas tinham tornado obsoletos os mapas antigos e medievais.

Por isso houve o desenvolvimento da cartografia nesse período, que por sua vez necessitava dos conceitos de Trigonometria e de Astronomia.

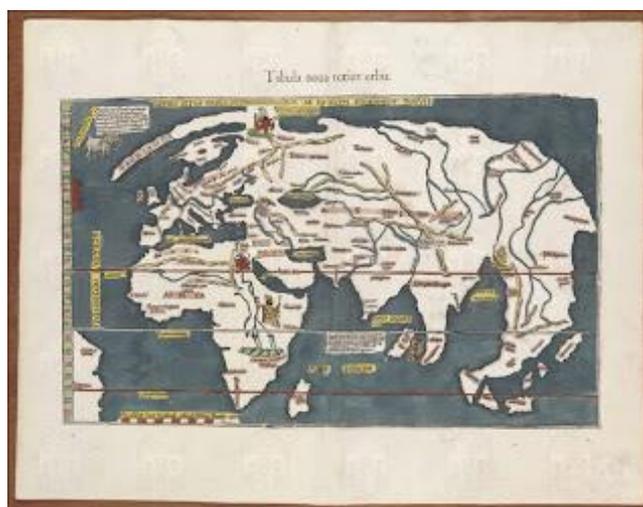


Figura 4: Mapa Mundi século XV ([20--?])

Das quatro nações citadas anteriormente, vamos nos concentrar nos ingleses, pois os nomes mais relacionados com o foco desta narrativa são cidadãos ingleses. Dentre as diversas pessoas que trabalhavam em prol do desenvolvimento da ciência das navegações, podemos destacar dois deles, William Oughtred (1574 - 1660), presente na Figura 5, que foi um matemático inglês e Edmund Gunter (1581 - 1626) que foi um matemático, geômetra e astrônomo inglês.



Figura 5: William Oughtred ([20--?])

Esses dois matemáticos são responsáveis pelas construções das primeiras régua de cálculo, como mostra a Figura 6, que era um instrumento baseado em escalas logarítmicas sobrepostas que eram essenciais para facilitar os cálculos que apareciam naquela época, sobretudo os de Trigonometria. Para Gunter também é atribuído a invenção e o aperfeiçoamento de alguns instrumentos que eram utilizados em agrimensura e navegação.

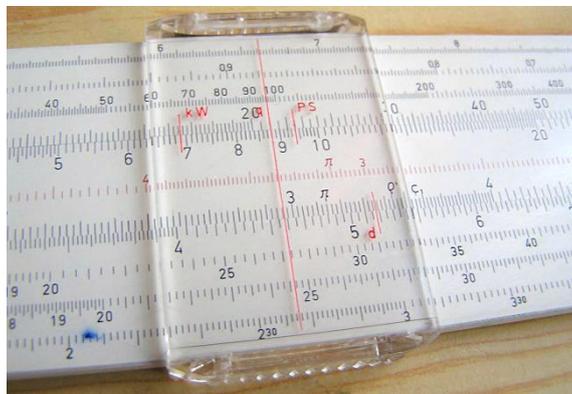


Figura 6: Cursor de uma Régua de Cálculo ([20--?])

A palavra “seno” como já vimos surgiu através de uma tradução errônea devido a um equívoco na interpretação por conta de duas palavras escritas de maneiras iguais, mas segundo Eves (2011) as palavras referentes às outras cinco relações trigonométricas surgiram a partir da palavra “seno” e da sua interpretação geométrica por meio de sua definição atual, como é o caso do “cosseno” ou “co-seno” que significa o complemento do seno. É creditado a Edmund Gunter (1581 - 1626) a utilização pela primeira vez da palavra “cosseno” em uma de suas obras.

Notamos que a utilização primordial do conceito de cosseno surgiu na Índia, com as tabelas dos complementos das meias cordas elaboradas pelo Ariabata e que mais tarde, na era das navegações, as relações trigonométricas, incluindo o cosseno, foram uma das ferramentas essenciais para o desenvolvimento da cartografia, tornando as navegações mais eficientes e por fim com o Gunter temos a invenção da sua grafia.

Narrativa: O Seqt não trigonométrico

Nesta narrativa vamos tentar entender como o conceito referente a uma relação trigonométrica foi sendo construído ao longo do tempo, assim como suas aplicações, os motivos que nortearam tal desenvolvimento e os aspectos socioculturais das épocas. Vamos começar falando sobre uma civilização muito antiga que está situada no norte do continente africano. O Egito é uma civilização que se desenvolveu às margens do Rio Nilo, na região que é conhecida como crescente fértil e por muito tempo foi uma notável sociedade. As suas principais atividades estavam ligadas a agricultura, a agrimensura, a astronomia, a engenharia

e para o desenvolvimento de tais atividades era necessário que eles utilizassem a Matemática e seus conceitos.

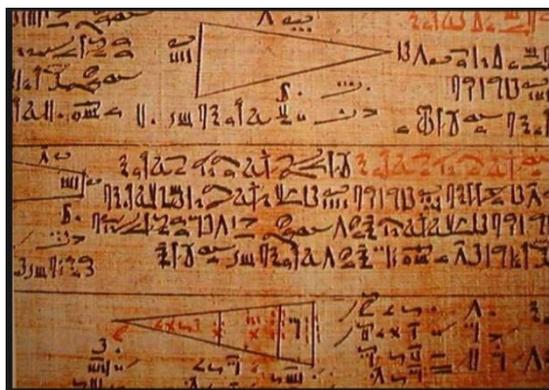


Figura 7: Papiro Rhind ([20--?])

Ao analisar os aspectos relacionados ao saber matemático da antiga civilização do Egito, percebe-se que estas eram mais voltadas para a resolução de suas necessidades práticas. O que sabemos da Matemática dos egípcios é por meio do registro de problemas matemáticos em dois documentos, escritos em forma hierática por meio de um material denominado papiro. O primeiro é conhecido como Papiro de Moscou ou Papiro Golenischev, que de acordo com Eves (2011), recebe estes nomes por estar no Museu de Belas-Artes de Moscou e em homenagem ao colecionador Vladimir Golenischev que o comprou no Egito em 1893. O segundo é conhecido como Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes, como mostra a Figura 7, que de acordo com o Boyer (2012), recebe estes nomes em homenagem ao arqueólogo escocês, Henry Rhind, que o comprou em 1858 na cidade de Luxor e porque em torno de 1650 a.C. foi copiado por um escriba chamado Ahmes.

As pirâmides do Egito (Figura 8), uma famosa e notável construção desse povo, foram construídas de acordo com alguns conceitos geométricos. Apesar de ser bastante apreciada pelo carácter ligado à Matemática e à Engenharia, as pirâmides tinham uma finalidade associada ao viés religioso dos egípcios, servindo de túmulos para pessoas importantes, como é o caso dos Faraós. Eves (2011, p. 67-68) detalha melhor os objetivos dessas edificações:

A Grande Pirâmide é a maior das três pirâmides situadas no deserto, em Gizé, nas proximidades da atual Cairo. Essas imensas estruturas foram construídas como túmulos reais. Os egípcios acreditavam numa vida após a morte que dependia da conservação do corpo morto. Embalsamavam-se

então os corpos, e os objetos e valores do dia a dia eram colocados no túmulo para uso após a morte. A Grande Pirâmide (originalmente, perto de 481 pés de altura) foi construída para abrigar o corpo do faraó Khufu (Quéops). As duas outras menores, em Gizé, foram construídas como túmulos de Khafre (Quéfren) e Menkaure (Miquerinos), os sucessores imediatos de Khufu. Ainda há perto de 80 pirâmides no Egito. A Grande Pirâmide tornou-se conhecida como uma das Sete Maravilhas do Mundo Antigo.

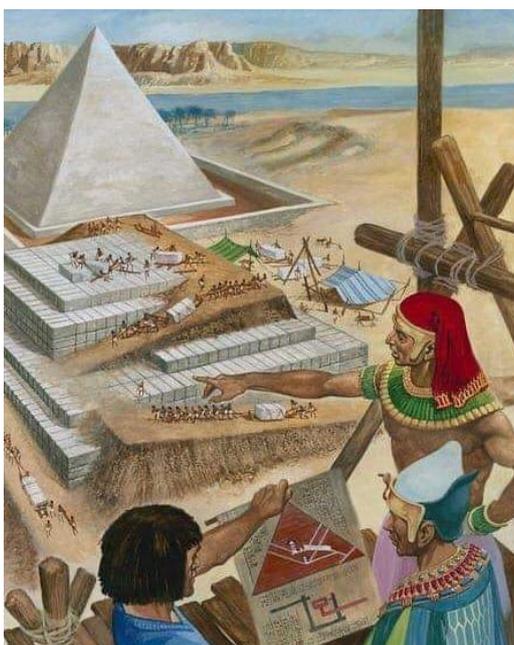


Figura 8: Construção das Pirâmides do Egito ([20--?])

O problema 56 do Papiro de Rhind é referente à relação entre os elementos de uma pirâmide de base quadrada. Segundo Boyer (2012, p. 36) “Na construção de pirâmides era essencial manter uma inclinação constante das faces e pode ter sido essa preocupação a levar os egípcios a introduzir um conceito equivalente ao de cotangente de um ângulo”. Esse era o conceito denominado “seqt” que era o valor da razão entre o afastamento horizontal e a elevação vertical (atualmente, seria a razão entre metade do lado da base e a altura da pirâmide).

O termo “trigonometria” não existia nessa época, surgiu em tempos posteriores e o conceito de ângulo, um dos principais na trigonometria, era algo que não era conhecido pelos egípcios ou que pelo menos não se tem registros desse entendimento, então seria errôneo afirmar que o conceito de seqt, ilustrado na Figura 9, era a cotangente do ângulo de inclinação da face lateral da pirâmide. Mas é notável que eles já tinham um conhecimento referente às

razões dos lados de um triângulo com relação a sua inclinação, mas desprovido do conceito de ângulo.

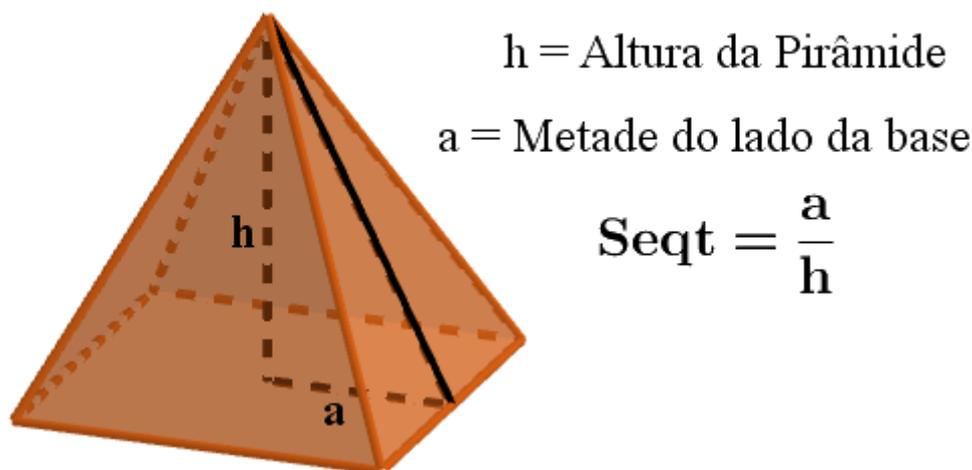


Figura 9: Seqt Egípcio (ELABORAÇÃO PRÓPRIA, 2022)

É desconhecido a origem da relação trigonométrica, cotangente, mas o que tudo indica é que os árabes do século X foram os primeiros a fazerem o uso das seis funções trigonométricas, incluindo a cotangente. De acordo com Boyer (2012), um nome árabe que podemos destacar e que viveu nessa época é o Abu'l Wafa, como mostra a Figura 10, que foi um matemático, astrônomo e que utilizou as seis funções trigonométricas em seus estudos. Vale salientar que a origem da palavra “cotangente” é apenas do século XVII.



Figura 10: Mohammad Abu'l-Wafa Al-Buzjani (ANDREAS STRICK, [19--?])

Edmund Gunter (1581 - 1626) foi um matemático, geômetra e astrônomo inglês. É atribuído ao Gunter a utilização do termo “cosseno” pela primeira vez, além disso, também é creditado a ele a invenção do termo “cotangente”. Segundo Eves (2011) o significado do termo “cotangente” ou “co-tangente” como o complemento da “tangente” fica evidente através da sua interpretação geométrica e por meio de sua definição atual.

Ao analisarmos possíveis rudimentos da relação trigonométrica, cotangente, percebemos a necessidade de realizar uma boa reflexão a respeito dos conceitos que existiam e dos que não existiam na época para concluir que o seqt utilizado pelos antigos egípcios apesar de se assemelhar com a cotangente, não eram a mesma coisa, por conta do desconhecimento do conceito de ângulo na época. Só depois, com a noção de ângulo que a cotangente de fato foi utilizada com os árabes e por fim com o Gunter temos a invenção da sua grafia.

Considerações finais

O presente trabalho teve como objetivo mostrar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática ao ser utilizada em sala de aula, fugindo um pouco do tradicionalismo do ensino que é muito comum nas aulas de Matemática. Diante das pesquisas realizadas com relação ao aporte teórico da História da Matemática nas aulas da componente curricular e percebendo que a utilização desta metodologia em sala de aula traz mais benefícios do que impasses para o processo de ensino e aprendizagem, que escolhemos a realização das Narrativas Históricas Ilustrativas como um recurso a fim de colocar em prática o uso desta tendência da Educação Matemática. Com relação a temática, foi escolhido o assunto de Trigonometria, que segundo as análises e pesquisas, é um conteúdo que é de difícil compreensão por parte dos alunos, por ser altamente complexo.

Mediante a esse impasse, os modelos próprios de Narrativas Históricas Ilustrativas propostos neste trabalho têm o intuito de possibilitar que os docentes possuam um material que irá auxiliar suas aulas, esperando que elas se tornem mais interessantes, dinâmicas e contextualizadas. Esse material produzido pode estar presente nas aulas na forma que o professor considerar mais importante, podendo ser no momento que se inicia o assunto de



Trigonometria, ou no momento que é introduzido um tópico do conteúdo, ou até mesmo ao longo da unidade que está sendo trabalhada a temática.

Apesar de apresentar esses modelos próprios de Narrativas Históricas Ilustrativas, o único objetivo não é que o professor aplique-os de fato, mas também trabalhar com a leitura, com a diversidade dos conhecimentos, com as ideias do estilo e coletivo de pensamento proporcionando assim, uma nova percepção sobre suas aulas, podendo também criar seus modelos próprios e até mesmo pensar em novas ideias de utilizar a História da Matemática e/ou outras tendências em Educação Matemática com o intuito de diversificar as aulas, almejando o melhoramento da aprendizagem dos alunos.

Ao construir essas narrativas históricas ilustrativas, observamos a necessidade plena da presença de alguns elementos constituintes, tais como: influências sociais, culturais, políticas e econômicas que justifiquem o comportamento daqueles indivíduos em busca do entendimento e solução daquele determinado problema, além de não conter nenhum tipo de anacronismo. Atentar-se à trajetória do conhecimento permite-nos perceber que o processo criatório e decisório é inerente aos processos humanos. Essa lide em contextualizar e humanizar o processo de construção da Matemática desenvolve no aluno um sentimento de pertencimento e de aproximação com a componente curricular, que outrora era vista, por muitos, como inalcançável.

Por tudo isso, seja por meio de uma proposta utilizando a História da Matemática, seja através de outra tendência em Educação Matemática ou até mesmo através de um outro recurso didático, o professor pode e deve se esforçar para garantir que suas aulas não estejam apenas apoiadas nos moldes tradicionais, mas que auxiliem seus alunos a terem um ensino mais qualificado, mais reflexivo, mais motivador e mais verossímil frente ao seu cotidiano correlato associado.

Referências

Ariabata. [20--?]. 1 figura. 5.21 x 4.35 cm. Disponível em: <https://www.thefamouspeople.com/profiles/aryabhata-5427.php>. Acesso em: 13 dez. 2022.

BARROS, José D'Assunção. Paul Ricoeur e a Narrativa Histórica. *História, imagem e narrativas*, Rio de Janeiro, ano 2011, n. 12, p. 1-26, Semestral. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Jose-Barros->



28/publication/268286263_Paul_Ricoeur_e_a_Narrativa_Historica/links/5a067584aca272ed279c5862/Paul-Ricoeur-e-a-Narrativa-Historica.pdf. Acesso em: 20 set. 2022.

BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. *Uma reflexão sobre a presença da história da Matemática nos livros didáticos*. Orientadora: Rosa Lúcia Sverzut Baroni. 2006. 103 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91102>. Acesso em: 24 out. 2022.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Tradução: Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. Título original: A history of mathematics. ISBN: 978-85-212-0641-5. Disponível em: <https://bityli.com/tZd3Cy>. Acesso em: 7 mar. 2023.

Construção das Pirâmides do Egito. [20--?]. 1 figura. 6.77 x 8.47 cm. Disponível em: <https://mestrenahistoria.blogspot.com/2020/02/como-foram-erguidas-as-piramides-do.html>. Acesso em: 10 dez. 2022.

Cursor de uma Régua de Cálculo. [20--?]. 1 figura. 7.41 x 5.08 cm. Disponível em: pt.wikipedia.org/wiki/Régua_de_cálculo. Acesso em: 14 dez. 2022.

DE GASPERI, Wlasta Nadieska Hüffner; PACHECO, Edilson Roberto. *A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica*. 2018. Disponível em: <http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/37/e2t1.pdf>. Acesso em: 9 mar. 2022.

Embarcações na Era das Navegações. [20--?]. 1 figura. 9.06 x 6.75 cm. Disponível em: <https://www.rolando20.com.br/navegacao-os-custos-de-uma-tripulacao/>. Acesso em: 14 dez. 2022.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. Título original: An introduction to the history of mathematics. ISBN: 85-268-0657-2. Disponível em: <https://vdocuments.pub/introducao-a-historia-da-matematica-howard-eves-55d984c8e7dee.html?page=394>. Acesso em: 1 nov. 2022.

FORATO, Thaís Cyrino de Mello. *A natureza da ciência como saber escolar: um estudo de caso a partir da história da luz*. Orientador: Maurício Pietrocola. 2009. v. 1, 204 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/1616>. Acesso em: 15 out. 2022.

HIDALGO, Juliana M. *et al.* *A História da Ciência (Distorcida ou Ausente) em Livros Didáticos: O Conteúdo sobre o "Experimento de Torricelli" como Estudo de Caso*. Alexandria, Florianópolis, ano 2018, n. 1, p. 101-124, 21 mai. 2018. Semestral. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2018v11n1p101>. Acesso em: 15 out. 2022.



KRAGH, Helge. *Introdução à Historiografia da Ciência*. Tradução: Carlos Grifo Babo. 1 ed. Porto, Portugal: Porto Editora, 2003. 233 p. (História e filosofia da ciência). Título original: An introduction to the historiography of science. ISBN: 972-0-45081-9.

LIBÂNEO, José Carlos. *Democratização da Escola Pública: A pedagogia crítico-social dos conteúdos*. 21. ed. São Paulo: Loyola, v. 1, 2001. 149 p. (Educar). ISBN: 85-15-00181-0. Disponível em: <https://bityli.com/FAkxd>. Acesso em: 12 out. 2022.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. *Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos*. Orientadora: Sandra Maria Pinto Magina. 2000. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, PUC - SP, São Paulo, 2000. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Lindegger.pdf. Acesso em: 9 mai. 2022.

LITZ, Valesca Giordano. *O uso da imagem no ensino de História*. Orientador: Sandro Marlus Wambier. 2009. 43 f. TCC (Especialização) - Curso de História, Departamento de Políticas e Programas Educacionais Coordenação Estadual do PDE, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1402-6.pdf>. acesso em: 24 set. 2022.

Mapa Mundi século XV. [20--?]. 1 figura. 8.47 x 6.64 cm. Disponível em: <http://eroneducador.blogspot.com/2013/08/a-tecnologia-maritima-das-grandes.html>. Acesso em: 7 dez. 2022.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. *História na Educação Matemática: Propostas e desafios*. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 200 p. (Tendências em Educação Matemática).

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. *Ensino: As Abordagens do Processo*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda, 1986. 119 p. ISBN: 85-12-30350-6. Disponível em: https://www.academia.edu/36452054/Maria_das_Gra%C3%A7as_Nicoletti_MIZUKAMI_Ensino_as_Abordagens_do_Processo. Acesso em: 12 out. 2022.

MOSCATELI, Renato. *A narrativa histórica em debate: algumas perspectivas*. Revista Urutágua, Maringá: DCS/UEM, ano 2006, n. 6, p. 1-13, Quadrimestral. Disponível em: https://www.academia.edu/1648428/A_narrativa_hist%C3%B3rica_em_debate_algumas_perspectivas?auto=citations&from=cover_page. Acesso em: 22 set. 2022.

PALHARES, Leonardo Machado. *Entre o verdadeiro histórico e a imaginação criadora: Ilustrações sobre história e cultura dos povos indígenas em livros didáticos de História*. Orientador: Júnia Sales Pereira. 2012. 226 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Faculdade de Educação, Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino, Universidade Federal de Minas



Gerais, Belo Horizonte, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/BUOS-933MLZ>. Acesso em: 25 set. 2022.

Papiro Rhind. [20--?]. 1 figura. 7.22 x 5.11 cm. Disponível em: <https://bitly.com/pcPL1>. Acesso em: 14 dez. 2022.

PEREIRA, Elisângela Miranda. *A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio: conteúdos e abordagens*. Orientador: Mariana Feiteiro Cavalari. 2016. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profissional em Ensino de Ciências, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/handle/123456789/476>. Acesso em: 24 out. 2022.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. Disponível em: <https://lelivros.love/book/download-historia-da-matematica-tatiana-roque-em-epub-mobi-e-pdf/>. Acesso em: 24 dez. 2021.

SANTOS, Andréia Nunes dos; SOUSA, Juciane de. *A História da Matemática como instrumento de ensino e aprendizagem na educação básica*. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 7, n. 20, p. 451-458, 2020. Disponível em: <https://www.revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2832>. Acesso em: 20 out. 2021.

SANTOS, Maylza Belizário *et al.* *Ensinando e Aprendendo Trigonometria no Ensino Médio*. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, ano 2016, p. 1-10. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7990_4369_ID.pdf. Acesso em: 9 maio 2022.

SEQUEIRA, Manuel; LEITE, Laurinda. *A história da ciência no ensino: aprendizagem das ciências*. Revista Portuguesa de Educação, Braga, Portugal, ano 1988, p. 29-40, 31 ago. 1988. Semestral. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/rpe/issue/view/1407/327>. Acesso em: 22 out. 2022.

STRICK, Andreas. *Mohammad Abu'l-Wafa Al-Buzjani*. [19--?]. 1 figura. 3.73 x 5.05 cm. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Abul-Wafa/>. Acesso em: 14 dez. 2022.

William Oughtred. [20--?]. 1 figura. 3.81 x 5.18 cm. Disponível em: <https://lexique.netmath.ca/multiplication/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

WHITE, Hayden. *Trópicos do Discurso: Ensaio sobre a crítica da cultura*. Tradução: Alípio Correia de Franca Neto. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2001. Título original: *The Historical Text as Literary Artifact*. Disponível em: <https://bitly.com/fREDp>. Acesso em: 19 set. 2022.