



ARTIGO

 <https://doi.org/10.47207/rbem.v4i01.16136>

Discutindo uma atividade sobre um método histórico e o uso de materiais concretos para o ensino de matemática

Oliveira, Luis Carlos Barbosa de

Professor IFPI, Floriano. Mestre em Matemática (IFPI). <https://orcid.org/0000-0002-4321-2260>. E-mail: luis.carlos.mat@ifpi.edu.br

Silva Neto, Benjamim Cardoso da

Professor IFMA, São Raimundo das Mangabeiras. Doutor em Educação em Ciências e Matemática (UFPA). <https://orcid.org/0000-0003-1352-472X>. E-mail: benjamim.neto@ifma.edu.br

Silva, Evanildo Borges da

Professor SEDUC-MA, Grajaú. Mestre em Matemática (IFPI). <https://orcid.org/0000-0001-6352-4088>. E-mail: profevanildo.borges@gmail.com

Resumo: A inserção da História da Matemática na Educação Básica tem sido objeto de estudo em diversas produções acadêmicas, fazendo emergir diversificadas maneiras de trabalhar e conduzir a prática docente com uso de informações históricas matemáticas. Dessa forma, esse artigo tem o objetivo de discutir acerca do desenvolvimento de uma atividade didática em uma turma do 3º ano do Ensino Médio sobre o método de Arquimedes (287 a. C. – 212 a. C) para determinação de medidas do círculo aliado ao uso de materiais concretos. Adota-se a investigação histórica no ensino de Matemática como pressuposto teórico acerca da História para o ensino de Matemática para a elaboração de uma atividade com aspecto investigativo e criativo que possibilite ao aluno a argumentação e a comunicação como atitudes de ordenação de seu conhecimento. A atividade desenvolvida apresenta a reprodução do método da exaustão sistematizado por Arquimedes de Siracusa para determinação de medidas do círculo, para tal utilizou-se três aulas de 50 minutos. Essa pesquisa é qualitativa e bibliográfica, se fundamentando na discussão acerca da construção e aplicação da atividade dividida em quatro passos para reprodução em forma de problemática a ser solucionada com auxílio de materiais concretos. Aplicou-se um questionário de forma a sintetizar as apreensões gerais sobre os procedimentos adotados como engajamento de atividades didáticas em salas de aula que por sua vez revelou que os alunos sentiram-se motivados pela metodologia, revelando serem aulas promissoras e atraentes.

Palavras-chave: História da Matemática. Arquimedes. Materiais concretos. Atividade didática.

Discussing an activity on a historical method and the use of concrete materials for teaching mathematics

Abstract: The insertion of the History of Mathematics in Basic Education has been the object of study in several academic productions, giving rise to diverse ways of working and conducting teaching practice using historical mathematical information. Thus, this article aims to discuss the development of a didactic activity in a class of the 3rd year of high school on the method of Archimedes (287 BC – 212 BC) for determining measures of the allied circle the using of concrete materials. Historical research in the teaching of Mathematics is adopted as a theoretical assumption about History for the teaching of Mathematics for the elaboration of an activity with an investigative and creative aspect



that allows the student to argue and communicate as attitudes for ordering their knowledge. The developed activity presents the reproduction of the method of exhaustion systematized by Archimedes of Siracusa to determine the measures of the circle, for which three classes of 50 minutes each were used. This qualitative and bibliographical research is based on the discussion about the construction and application of the activity divided into four steps presented for reproduction in the form of a problem to be solved with the aid of concrete materials. A questionnaire was applied in order to synthesize the general apprehensions about the procedures adopted as engagement of didactic activities in classrooms, which in turn revealed that the students felt motivated by the methodology, proving to be promising and attractive classes.

Keywords: History of Mathematics. Archimedes. Concrete materials. Didactic activity.

Discutir una actividad sobre un método histórico y el uso de materiales concretos para la enseñanza de las matemáticas

Resumen: La inserción de la Historia de las Matemáticas en la Educación Básica ha sido objeto de estudio en diversas producciones académicas, dando lugar a diversas formas de trabajar y realizar la práctica docente a partir de la información matemática histórica. Así, este artículo tiene como objetivo discutir el desarrollo de una actividad didáctica en una clase del 3º año de la enseñanza media sobre el método de Arquímedes (287 a. C. – 212 a. C.) para la determinación de medidas del círculo aliado al uso de materiales concretos. Se adopta como presupuesto teórico de la Historia para la enseñanza de las Matemáticas la investigación histórica en la enseñanza de las Matemáticas para la elaboración de una actividad con vertiente investigativa y creativa que permita al estudiante argumentar y comunicar como actitudes para ordenar sus saberes. La actividad desarrollada presenta la reproducción del método de agotamiento sistematizado por Arquímedes de Siracusa para determinar las medidas del círculo, para lo cual se utilizaron tres clases de 50 minutos. Esta investigación cualitativa y bibliográfica se basa en la discusión sobre la construcción y aplicación de la actividad dividida en cuatro pasos para su reproducción en forma de problema a ser resuelto con la ayuda de materiales concretos. Se aplicó un cuestionario con el fin de sintetizar las aprensiones generales sobre los procedimientos adoptados como realización de actividades didácticas en las aulas, lo que a su vez reveló que los estudiantes se sintieron motivados por la metodología, demostrando ser clases prometedoras y atractivas.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas. Arquímedes. Materiales de hormigón. Actividad didáctica.

Introdução

O desenvolvimento de civilizações humanas no decorrer do tempo constituiu o surgimento de grupos sociais que possibilitaram a composição de organizações na forma de sociedades nos mais variados espaços geográficos do planeta e em diferentes épocas. Cada organização de sociedade construía seus próprios meios necessários para vivência, sobrevivência e subsistência, dessa forma, respondendo suas inquietações das mais básicas as mais complexas e urgentes, desenvolvendo também um conhecimento científico que respondesse aos seus anseios. Conforme verifica D'Ambrosio (2008), a ciência acompanha o

desenvolvimento da humanidade e a história da Matemática é uma importante contribuidora desse desenvolvimento.

A mobilização de conhecimentos em busca por explicações naturais, por exemplo, provocou um acúmulo de informações e de procedimentos em buscas por respostas que dava corpo a novas indagações criadas ao longo do tempo o que impactou nas formas de ser e de viver do homem (GARBI, 2010).

O surgimento de áreas do conhecimento são frutos da mobilização de saberes, de ideias, de criações que permitem a formação de conhecimento novo. No caso da Matemática, seu desenvolvimento científico foi envolto em uma intensa mobilização de informações, antes, de cunho filosófico e religioso, e depois, de cunho epistemológico e ontológico (BICUDO, 2013).

Essa mobilização aqueceu procedimentos metodológicos capazes de estruturar cada vez mais o conhecimento científico, e por sua vez, matemático. Essa ação ocorria por meio de estudos e ações de personalidades que se tornaram célebres em áreas científicas por sistematizarem conhecimentos que antes eram apresentados sob uma ótica mais prática e sob o viés cultural. Nesse ponto, se instala e intensifica o tratamento formal, representações em provas, demonstrações, elaboração de conjecturas e refutações para que novos conhecimentos surgissem e permitissem mais elaborações (GARBI, 2010).

A Matemática apresenta um teor histórico que pode desencadear uma nova visualização sobre o que vem a ser essa Ciência e proporcionar uma espécie de desmistificação quanto a um conhecimento que é tido como pronto, acabado e uniforme (MIGUEL; MIORIM, 2011). É nesse aspecto estrutural que a História da Matemática pode fomentar novas discussões, possibilitar indagações dos alunos aos professores e dos professores aos alunos diferentes do que acontece em uma aula em seu estilo tradicional.

A inserção da História da Matemática no ensino depende muito da formação e do interesse dos professores que estão em sala de aula em estudar, buscar, pesquisas e envolver temáticas históricas no âmbito do ensino de Matemática que muitas vezes está condicionado aos materiais da prática diária como é o caso do livro didático que em alguns casos é a principal fonte de apoio para alunos e professores (OLIVEIRA; NOGUEIRA, 2022)

Esse estudo, no entanto, tem a História da Matemática como repertório de informações de onde se é possível extrair contextos, fatos, informações técnicas, métodos e

mecanismos que podem ser problematizados em sala de aula. Em nosso estudo, buscamos responder como uma discussão de uma atividade didática sobre o método histórico de determinação de medidas do círculo com o uso de materiais concretos pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de matemática?

O aluno em contato com a História dos conteúdos que são estudados em sala de aula pode perceber a Matemática como uma construção humana, conseqüentemente social, que surgiu como forma de busca de soluções para problemas inicialmente de natureza do cotidiano (MENDES, 2009; CHAQUIAM, 2017).

Mendes e Chaquiam (2016) indicam uma maneira de abordar a Matemática inserindo o seu desenvolvimento histórico a partir de informações históricas, tais como observação de aplicações de onde emergem métodos, técnicas e problemas extraídos de fontes e obras históricas, assim como formas de demonstrar aplicações, teoremas, fórmulas que justifiquem propriedades matemáticas de onde se pode conduzir e dar uma característica didática para o contexto da sala de aula, levando em consideração o nível de ensino dos alunos.

Nesse sentido, esse estudo, se baseia no pressuposto da investigação histórica no ensino de Matemática de Mendes (2009), problematizando em uma atividade didática o método histórico de Arquimedes para determinação e medidas do círculo. Métodos históricos foram identificados por Mendes (2015) e outros autores como uma espécie de abordagem didática acerca do uso da História da Matemática em propostas didáticas diagnosticadas em teses e dissertações que expõem resultados de aplicações em sala de aula.

O laço teórico em torno da História da Matemática para o ensino ocorre, nessa pesquisa, por meio de estudos em Miguel e Miorim (2011) e Mendes (2009, 2015). A compreensão sobre o método histórico de Arquimedes para determinação de medidas do círculo, ocorre de acordo com Rooney (2012) e Garbi (2010). Percebe-se como sendo crescente o número de produções de atividades e propostas didáticas oriundas de pesquisas em História da Matemática e com isso, diferentes estratégias didáticas vão surgindo e acabam proporcionando novas visões e possibilidades acerca da inserção da História da Matemática no ensino de conteúdos, principalmente na educação básica.

Com isso, utilizamos o método histórico de determinação de medidas do círculo de Arquimedes e uma reprodução desse método por meio do uso de materiais concretos em uma

atividade didática dividida em quatro passos. Essa associação de materiais concretos e História da Matemática já foram percebidos em trabalhos tais como os de Luzetti (2013), Lima (2016), Silva (2016), Borges (2020) e Almeida (2020).

Trata-se de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico que tem como objetivo discutir acerca do desenvolvimento de uma atividade didática em uma turma do 3º ano do Ensino Médio sobre o método de Arquimedes (287 a. C. – 212 a. C) para determinação de medidas do círculo aliado ao uso de materiais concretos. Após a aplicação da atividade de reprodução do método de Arquimedes, os alunos responderam a um questionário que nos orientou sobre contribuições que esse tipo de atividade pode desencadear, dentre elas: leva o professor a pesquisar em fontes confiáveis, informações históricas sobre Matemática além dos conteúdos a ser explanado, planejamento criterioso dos materiais didáticos, aulas atrativas, participativas, investigativas, provoca inquietações, curiosidade, a participação do alunado de forma voluntária com base na ideia de que o aluno em atividades investigativas com uso da História da Matemática podem adquirir autonomia para construção do próprio conhecimento.

Uma breve apresentação sobre o método de determinação de medidas do círculo de Arquimedes

Arquimedes (287 a. C – 212 a. C) se propôs ao estudo e manifestação de uma Matemática abstrata aliada a uma Matemática mais utilitária. Segundo D'Ambrósio (1996, p. 37) “No século III a. C. surge um grande matemático, Arquimedes de Siracusa (287 – 212 a. C.) talvez o primeiro capaz de desenvolver, com igual competência, as duas matemáticas” a utilitária, conhecimento matemático construído a partir das necessidades e problemas no convívio das sociedades, utilizado nas atividades laborais e a abstrata conhecimento matemático desenvolvido com base no raciocínio lógico dedutivo e organizados em axiomas, postulados, teoremas expostos em provas ou demonstrações. Dessa forma, uma nova visualização e compreensão sobre aspectos, antes mais abstratos, na Matemática, passaram a ter novas conotações no decorrer do tempo de acordo com D'Ambrósio (1996).

As influências de personalidades no decorrer da História fizeram a Matemática se constituir mais rica de contextos e sempre formulando novas perguntas sobre aquilo que já era conhecido. Influenciado por Euclides de Alexandria (323 a. C. – 283 a. C.), Arquimedes originário de Siracusa, região que na Idade Média se tornou uma cidade emancipada na ilha

da Sicília, por isso, Arquimedes de Siracusa possuía uma aguçada genialidade e inventividade no campo da Matemática, Física, Engenharia e Astronomia. Foi consagrado como um dos maiores matemáticos de todos os tempos, se mostrando capaz de ideias decididamente novas e revolucionárias, para Launay (2021) é a Arquimedes que se devem os primeiros avanços acerca da sistematização do número π .



Figura 1-Ilustração de Arquimedes (SANTOS; BARROS 2020, p.35)

Alguns matemáticos tais como: Hipócrates (470 a. C – 410 a. C), Euclides (323 a. C – 283 a. C), Eudóxo (408 a. C – 355 a. C), Platão (427 a. C – 347 a. C) que viveram em tempos anteriores a Arquimedes haviam se dedicado a estudar o círculo, mas muitas vezes seus esforços careciam de um maior rigor e até mesmo de mais elementos que foram sendo mobilizados com o tempo. Estabelecemos alguns pontos a partir de Garbi (2011) para uma visualização do conhecimento sobre o círculo, antes das intervenções arquimedianas.

1. Sabe-se que o caminho para a determinação de comprimentos de linhas curvas ou de áreas e volumes de figuras delimitadas por linhas e superfícies curvas passava pelo método da Exaustão, de Euclides.
2. Hipócrates descobrira e Eudóxo provara que a área do círculo é proporcional ao quadrado do diâmetro (ou do raio) mas desconhecia-se o coeficiente de proporcionalidade.
3. Sabia-se que o perímetro da circunferência é proporcional a seu diâmetro, mas, igualmente, desconhecia-se o coeficiente de proporcionalidade.
4. Sabia-se que o volume da esfera é proporcional ao cubo do raio mas, também, desconhecia-se coeficiente de proporcionalidade.
5. Euclides não faz qualquer menção à medida de superfície da esfera, embora talvez cogitasse que fosse proporcional ao quadrado do raio. (GARBI, 2010, p. 81).

Apesar das frustrações de vários matemáticos ao estudarem figuras planas circulares, durante longo período, coube, como fruto de seus esforços intelectuais e reflexões estratégicas, a Arquimedes determinar um valor aproximado para π , ou seja, tomando nosso atual sistema decimal, demonstrou que π poderia ser representado por um valor compreendido entre 3,1408 e 3,1428.

O conhecimento matemático construído e acumulado ao longo do tempo e registrado na obra Os Elementos, em especial o conhecimento em Geometria, não tratava do comprimento da circunferência, nem do cálculo de áreas circulares, as inquietações e investigações de alguns pensadores matemáticos só apresentam resultados irrefutáveis sobre a área do círculo, aproximadamente, meio século depois, por Arquimedes de Siracusa.

De acordo com uma tradução de Grudtner e Bertato (2020), em seu livro contendo apenas três proposições e denominado A Medida de Um Círculo, Arquimedes apresentou pela primeira vez, um método matemático rigoroso para se calcular o valor do número π em que demonstrava como se calculava a área de uma figura circular. É importante destacarmos, que foi o matemático inglês William Oughtred, em 1647, vários séculos depois, quem pela primeira vez, usou a letra π ao referir-se ao comprimento da circunferência, tendo seu uso simbólico generalizado quando Leonhard Euler (1707 – 1783) adotou-o em seus livros, em 1736 (ROONEY, 2012).

Dentre as contribuições de Arquimedes para a Matemática, três foram desenvolvidas no campo da Geometria Plana: a Quadratura da Parábola, Sobre as Espirais e A Medida de um Círculo, tendo este último possibilitado a determinação da constante π , conseqüentemente a expressão do comprimento da circunferência e área do círculo, esses métodos eram desconhecidos até a chegada de Arquimedes. Assim como Arquimedes influenciou Heron de Alexandria (10 d. C – 70 d. C) e René Descartes (1596 – 1650), ele também foi influenciado em seus feitos e realizações por Euclides, Eudóxo, dentre outros matemáticos, astrônomos e filósofos. Da forma como assegura Roque (2012),

Os métodos usados por Arquimedes no estudo de áreas de figuras curvilíneas indicam uma influência de Eudóxo.[...] Arquimedes propôs um refinamento desse método, comprimindo a figura entre duas outras cujas áreas mudam e tendem para a da figura inicial uma crescendo e outra decrescendo. A área do círculo, por exemplo, era envolvida por polígonos inscritos e circunscritos, de modo que, aumentando-se o número de lados, suas áreas se aproximavam da área da circunferência. [...] Por essa razão afirma-se que Arquimedes usava um método indireto para a medida da área de figuras curvilíneas. (ROQUE, 2012, p.203).

Quando os antigos geômetras (nomenclatura atribuída aos estudiosos de origem mesopotâmica e egípcia com conhecimentos matemático e em especial ao domínio na área de geometria) começaram a estudar as áreas de figuras planas, buscavam uma relação entre a área de um círculo e a área de um quadrado (área que era conhecida pela multiplicação de seus lados iguais), assim, surgiu a palavra, quadratura, contribuindo com o tempo para o

processo de determinação de áreas, chegando a um dos problemas mais conhecidos e importantes da Geometria, a famosa quadratura do círculo, que consiste em construir um quadrado que tenha a mesma área de um determinado círculo. Esse método também se constituía em construir quadrados de lados conhecidos embaixo de curvas e figuras com curvilíneas de forma que se aproximasse o máximo possível da área buscada.

Esse problema clássico da geometria grega teria atraído a atenção de alguns matemáticos na tentativa de provar tal questão com o uso, apenas, de régua e compasso, não graduados, pois com os instrumentos disponíveis na época não era possível determinar o desconhecido valor $\sqrt{\pi}$, assim considerando que o problema não tinha solução, porém, Arquimedes ao estudar as relações matemáticas entre uma circunferência e seu diâmetro prova que outras figuras planas podem ter a mesma área de um círculo.

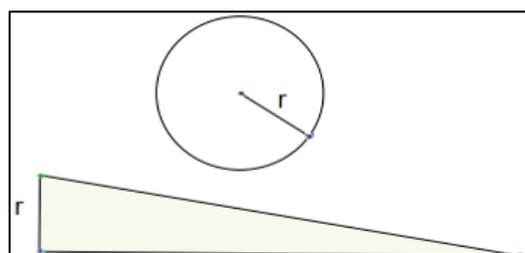


Figura 2- circunferência e triângulo de áreas correspondentes (ROQUE 2012, p. 205)

Arquimedes em *A Medida do Círculo*, segundo (ROQUE 2012, p.205) descreve que “área de um círculo é igual à do triângulo retângulo no qual um dos lados que formam o ângulo reto é igual ao raio e o outro lado que forma o ângulo reto é a circunferência deste círculo”, ilustrado na Figura 2, este resultado se deu a partir do método da exaustão, inicialmente desenvolvido por Eudóxo.

Esses pressupostos teóricos acabam caracterizando a importância de métodos matemáticos construídos no decorrer do tempo que podem destacar dificuldades e curiosidades, conforme assinala o autor quando informa que os métodos antigos podem ser explorados como forma de resolver problemas antigos e novos problemas e assim serem encaminhados a uma potencialidade didática no ensino de Matemática.

[...] Arquimedes, em várias de suas demonstrações usou uma técnica chamada “**dupla redução ao absurdo**”, [...] Sempre que era muito difícil demonstrar diretamente que uma grandeza era igual a outra, ele supunha que ela fosse maior ou menor e, de tais suposições, deduzia dois absurdos. (GARBI, 2010, p. 82)

De acordo com alguns historiadores da Matemática, Arquimedes apresenta em suas contribuições, para Matemática e Física, habilidades e capacidades quase insuperáveis, pois seus trabalhos são dotados de suas próprias ideias, clareza e rigor de seus raciocínios, podemos encontrar as seguintes contribuições de Arquimedes nas obras:

Sobre o Equilíbrio de Figuras Planas, Sobre a Esfera e o Cilindro, Sobre Corpos Flutuantes, Sobre Espirais, A Quadratura da Parábola, Sobre Conoides e Esferoides, A medida de um Círculo, O contador de Grãos de Areia e o método. Sabe-se que outros de seus trabalhos foram perdidos, entre eles dois sobre Mecânica (**Sobre Alavancas** e **Sobre Centros de Gravidades**), um outro sobre Óptica, um chamado **Sobre o Calendário** e outro denominado **Sobre a Construção de esferas**. (GARBI 2010, p.81).

Tratando desse método de Arquimedes sobre A Medida do Círculo, referindo-nos a sua demonstração, vale enfatizar que ele usou uma técnica para determinação do comprimento e área do círculo, tal procedimento ilustrado na Figura 3, foi a base no desenvolvimento da atividade que elaboramos para discussão com aluno do Ensino Médio, consistindo em uma divisão do círculo em setores idênticos e posicionados lado a lado dando forma a novas figuras planas diferentes do círculo.

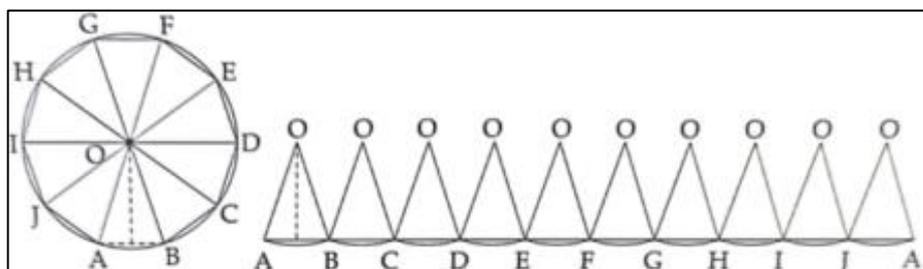


Figura 3-Decágono inscrito e decomposto em setores (GARBI 2010, p. 171)

Baseado no método desenvolvido por Arquimedes, sendo considerado um círculo decomposto em setores circulares congruentes entre si, para determinar a expressão que possibilita encontrar a área de qualquer círculo se centra na soma das áreas dos setores equivalentes à área do círculo, que é aproximadamente a soma das áreas de figuras que se assemelham a triângulos isósceles e congruentes entre si OAB, OBC, \dots, OJA , representado na Figura 3.

O método desenvolvido por Arquimedes iniciou com 3 setores e a cada construção fazendo uso de régua e compasso dobrava-se o número de setores, que se constituíam nos lados dos polígonos inscritos e circunscritos que continuou até 96 setores congruentes. É possível perceber que a soma dos segmentos de retas $AB + BC + \dots + AJ$ se aproxima da soma dos arcos de circunferência $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \dots, \widehat{AJ}$ de onde apoiado nesta ideia e no

pensamento lógico dedutivo é possível inferir os resultados estudados atualmente em sala de aula para a constante π , comprimento da circunferência e área do círculo.

Explorando o método da exaustão que consiste em construir polígonos inscritos e circunscritos à uma dada circunferência, assumindo o número de setores congruentes em que o círculo foi dividido, dessa vez, tendendo ao infinito, por isso a denominação exaustão, conseqüentemente, a altura dos triângulos se aproxima do comprimento do raio de uma circunferência, como apresentado na Figura 4. (GARBI 2010).

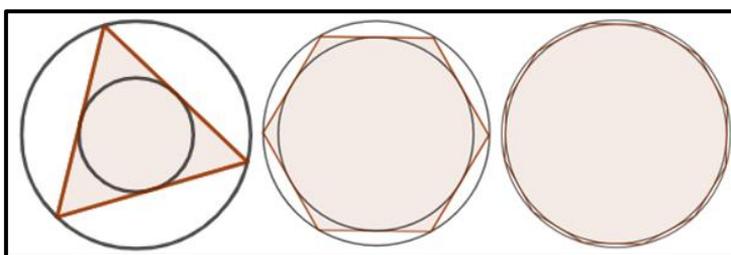


Figura 4 - Polígonos inscritos e circunscritos no círculo, elaborado pelos autores (2022)

Ideias como estas, desenvolvidas de forma real que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática de maneira evolutiva e que serviu de ponto de apoio para outros estudiosos da Matemática para solidificação de novos processos, fórmulas, teorias, teoremas, proposições dentre outros elementos são as que dão forma a uma Matemática praticada em sala de aula, ou seja, uma matemática desenvolvida por tentativas, erros e associações realizadas por seres humanos.

Os métodos resolutivos, as experimentações, os problemas, as soluções matemáticas que foram estruturadas ao longo do tempo, contribuíram para a constituição de uma Matemática expressada nas salas de aulas da Educação Básica, também do Ensino Superior e da Formação de Professores. Com isso, passam de certa forma, a retratar fases, épocas, fatos e episódios da História da Matemática que quando contextualizados e problematizados no processo de ensino e de aprendizagem podem provocar estímulos positivos para o planejamento de propostas e atividades didáticas assim como reforçar e apoiar a cognição matemática dos alunos.

A exploração de métodos e realizações de Arquimedes em contextos didáticos na Educação Básica apresenta conotações curiosas e anedotários criando estratégias que possibilitem a investigação, tais como o método da exaustão, o parafuso de Arquimedes, o seu tratado sobre alavancas e o famoso problema da coroa do Rei. De diferentes formas e

estratégias didáticas conotações e informações históricas podem desencadear processos de aprendizagem e autonomia de estudantes em trabalhos de investigação no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Inserção da História da Matemática no ensino

A História da Matemática pode desencadear, quando utilizada em sala de aula, um efeito e influência positiva na aprendizagem de alunos. D'Ambrósio (2008) pontua que disponibilizar o conhecimento científico e matemático para um determinado público sempre foi responsabilidade da academia superior. E não é uma tarefa fácil, exige do professor uma saída da sua configuração atual em busca de novas metodologias e estudos e principalmente uso da criatividade, elevando-se o nível de compreensão sobre o que se ensina.

A difusão de conhecimento novo é sempre um desafio. Mendes (2015) situa que o desenvolvimento de pesquisas no âmbito da História da Matemática tem proporcionado o surgimento de um leque de possibilidades de se trabalhar a História da Matemática em seu sentido epistemológico, social e didático, neste último, o didático, é que situamos esse estudo, proporcionando uma reprodução de uma abordagem dada historicamente para um problema expressamente matemático em torno de elementos e medidas presentes em figuras circulares. Na prática de sala de aula, para a inserção da História da Matemática no ensino de acordo com Mendes (2015)

[...] faz se necessário que o professor lance continuamente em sala de aula uma prática desafiadora, na qual seus estudantes se aventurem na busca de sustentação ou revalidação de verdades estabelecidas ao longo da pesquisa histórica, tendo em vista o aumento de seu domínio educativo em matemática [...] defendo a tese de que uma abordagem didática investigatória nas aulas de matemática, apoiada nas informações históricas, pode contribuir na concretização de um ensino e aprendizagem da matemática com significado[...]. (MENDES, 2015 p. 121)

Percebemos uma necessidade de se inserir informações sobre o desenvolvimento histórico da Matemática no ambiente de ensino por meio de atividades e contextualizações didáticas. Os conteúdos matemáticos abordados em sala de aula, podem ser trabalhados expondo informações que podem proporcionar uma melhor compreensão do processo de construção cognitivo dos conceitos matemáticos desde a origem, perpassando seu contexto temporal histórico e até geográfico, até suas aplicações atuais. Desta forma, é importante que professores compromissados em um ensino de qualidade, se debruem na pesquisa em busca

de fontes confiáveis e informações pertinentes elaborando atividades práticas pautadas na investigação histórica como proposta pedagógica facilitadora da construção do conhecimento matemático escolar.

[...] podemos asseverar que a história da matemática que consideramos adequada para ser inserida no desenvolvimento conceitual dos estudantes refere-se diretamente ao desenvolvimento epistemológico das ideias, conceitos e relações matemáticas ensinadas e aprendidas na Educação Básica e no Ensino Superior. Trata-se, mais concretamente, das histórias relacionadas aos aspectos matemáticos em seu processo de criação, reinvenção e organização lógica, estabelecido no tempo e no espaço com a finalidade de sistematizar soluções de problemas de ordem sociocultural, científica e tecnológica, em todos os tempos e lugares. (MENDES; CHAQUIAM, 2016 p, 19)

O professor de Matemática que tenha intenção de utilizar a História da Matemática em suas aulas, precisa se debruçar em estudos que facilitem a formação de uma concepção mais aprofundada sobre a Matemática que ele ensina. A presença de informações históricas em livros didáticos pode servir de pontos de partidas para futuras discussões, pois de acordo com Oliveira e Nogueira (2022) informações históricas em livros didáticos, embora bastante pontuais, podem disparar a busca por novas informações além de localizações geográficas, biografias e principais fatos, além de possibilitar inovações didáticas que se comprometam com o processo de ensino e de aprendizagem com sentido para os alunos, possibilitando uma nova forma de o estudante perceber a Matemática, como uma Ciência construída por homens e mulheres e que ainda está em construção.

[...] é preciso, então, que o professor reformule suas concepções acerca da Matemática como ciência, considerando, para isso, o processo de elaboração matemática nos contextos socio-culturais, bem como sua construção, acúmulo e disseminação como uma fonte de valorização da tradição cultural. (MENDES, 2009 p. 37)

Mendes (2009), Saito (2015) e Miguel e Miorim (2008) afirmam que o movimento didático em torno da História da Matemática pode possibilitar uma nova percepção tanto para o professor quanto para o aluno sobre o que vem a ser essa Matemática, que os professores ensinam e que os alunos aprendem. É importante colocar também que se faz necessário que o professor de Matemática não conheça apenas Matemática, mas a forma como essa ciência se fez ciência e os motivos, fatos e acontecimentos no decorrer dos anos que contribuíram para que ela esteja na escola.

Autor identifica abordagens didáticas para o uso da História da Matemática, dentre elas, destacamos, o uso de problemas e soluções históricas, práticas socioculturais



historicamente constituídas, obras e fontes históricas, abordagem holística e métodos históricos. Esta última abordagem é para onde direcionamos esse estudo, e esse autor, revela que o método possibilita uma compreensão sobre as técnicas, o saber, o conhecimento, as aplicações de uma região e de uma época, ou seja, revelam que Matemática era conhecida e como ela foi disseminada e necessária em outras épocas para diferentes finalidades e usos. Contudo, é importante colocar que a inserção da História da Matemática em sala de aula pode se dar de diversas formas, aliada a diversas formas estratégicas e recursos didáticos, como por exemplo, os materiais concretos.

Os materiais concretos utilizados criativamente na Educação Matemática podem ser associados ou até mesmo aliados a pressupostos históricos sobre a constituição de saberes matemáticos, beneficiando uma ação que proporcione um ensino interativo, democrático e inclusivo, que possibilite a reconstrução de ideias matemáticas, partindo ou não, de sua origem, compreendendo suas necessidades e suas finalidades, favorecendo interações na interpretação de contextos para uma leitura matemática de mundo. Conforme contribui Lorenzato (2010), essa ação deve ser construída pelo professor com base em um planejamento sólido e atrativo.

O avanço da pesquisa sobre o uso da História da Matemática em sala de aula evidencia metodologias didáticas com maior aproveitamento no ensino quando são realizadas associadas a outras ferramentas auxiliaadoras do processo de ensino e aprendizagem, realizadas experimentalmente em atividades bem elaboradas, neste caso, nos posicionamos na aliança do uso de materiais concretos em práticas de ensino mediadas por informações extraídas da História da Matemática.

Os trabalhos de Luzetti (2013), Lima (2016), Silva (2016), Borges (2020) e Almeida (2020) associam a História da Matemática e uso de diferentes materiais concretos dentre eles cartolina, tesouras, instrumentos de desenhos, papel quadriculado, barbante, Cds, frascos de produtos dentre outros materiais buscando estudos acerca de reprodução de métodos históricos e compreensões a partir de informações históricas da Matemática e seu uso e aplicação no decorrer do tempo como base para estruturação de atividades, tarefas e propostas didáticas. Essas produções acadêmicas que identificamos em meio ao nosso estudo bibliográfico pesquisam em torno de propostas didáticas para o ensino de Geometria plana, com ênfase no cálculo de área de figuras planas.

Metodologia

A pesquisa em discussão apresenta um cunho qualitativo, que segundo Bogdan e Biklen (1994) integra a compreensão de informações proporcionadas por sujeitos imersos em um ambiente natural, social e cultural, incluindo o próprio pesquisador, tendo como principal característica a descrição de que seu maior interesse não é o resultado, e sim, o processo de desenvolvimento de um dado estudo, além de assumir a vitalidade do significado da pesquisa para um campo de estudo, nesse caso de inquérito, a História da Matemática.

A pesquisa também é bibliográfica conforme é especificado em Gil (2002) que esse tipo de pesquisa se concentra em materiais já elaborados, tais como, livros, artigos, dissertações, teses, trabalhos apresentados em eventos, o que nos conduz a uma maior sustentação teórica. É nesse ponto que situamos nossas perspectivas teóricas acerca da História da Matemática, a investigação histórica no ensino de Matemática e o uso do método histórico de Arquimedes e também a identificação de produções acadêmicas que já aliaram História da Matemática e uso de materiais concretos em propostas didáticas como auxílio a estratégias de ensino.

Elaboramos uma atividade didática a partir do método histórico de Arquimedes de forma a levar os alunos a vivenciarem e reproduzirem o método de determinação de medidas do círculo com uma forma de engajamento para o uso e manipulação de materiais concretos. Utilizamos papel cartão, instrumentos de desenho, fita adesiva, tesouras, colas e objetos circulares.

Mendes (2009) sugere que a investigação histórica no ensino de matemática deve se fazer presente em momentos de aula que façam relação com atividades e projetos de investigação que proporcionem o desafio, o incentivo à busca e pesquisa e a construção do conhecimento por maneiras criativas e autônomas que envolvam o pensamento e a imaginação. Brito et al. (2005) sugerem que a História em atividades matemáticas aumenta a motivação na aprendizagem, contribui para ordenação lógicas de tópicos matemáticos e suscita a investigação.

Elaboramos um quadro que caracteriza a atividade desenvolvida e seus passos para realização e aplicamos em uma turma de 3º ano do Ensino Médio, com alunos de 16 a 18 anos. Após a aplicação da atividade sustentada em uma apresentação teórica, que durou três

aulas de 50 minutos cada uma, aplicamos um questionário em busca de informações sobre a atividade aplicada com base na História da Matemática.

Apresentação da atividade e discussões sobre sua aplicação

Para o desenvolvimento de atividades embasadas na História da Matemática, devemos estruturar importantes elementos que caracterizam a atividade ou proposta didática criada e elaborada. No caso desse estudo, propomos a reprodução do método histórico de Arquimedes para determinação de medidas do círculo, dentre as quais estão, raio, diâmetro, valor para π , comprimento e área.

Conforme assinala Silva et al. (2021), alguns requisitos sobre a construção de experimentos didáticos que envolvem o teor histórico-científico de conceitos científicos estão relacionados à necessidade de o professor ser um conhecedor de casos históricos, capacidade de lidar com os porquês de alunos, devendo estarem abertos a diferentes possibilidades das mais simples as mais complexas e encarar como forma de desafio tanto para si mesmo quanto para os alunos.

Esses mesmos autores ainda argumentam que em processos investigativos a interação em sala de aula, seja professor-aluno, aluno-aluno e aluno-material didático permitem a construção de um cenário didático que favorece o surgimento de indagações, comentários e explorações diversificadas, assim como a tomada de decisão e de atitudes que conduzam ao conhecimento de tópicos, conteúdos e conceitos matemáticos.

Entendemos que a reprodução didática de um método é a sua reconstrução que por sua vez é um ato experimental problematizado para a situação em sala de aula que segundo Silva et al. (2021, p.194), pode “sistematizar o conhecimento, estabelecer e verificar hipóteses, considerar possíveis erros, refazer hipóteses”.

Assim, consideramos Zabala (1998) para informar que a atividade que elaboramos se utiliza das dimensões conceituais (que determinam quais conhecimentos eram conhecidos à época), procedimentais (que diz respeito às diferentes sondagens para saber o que vai servir para reprodução atualmente e elucida diversas formas de representação por meio de esquemas, desenhos, fluxogramas, textos e etc.) e atitudinais (capacidade de comunicação e compartilhamento de ideias, de elaboração de argumentos e conjecturas, possibilidades já sinalizadas acerca do uso da História da Matemática no ambiente de ensino).

No Quadro 1 apresentamos uma caracterização para a atividade desenvolvida levando em consideração um direcionamento para o Ensino Médio de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nessa caracterização, situamos que contexto e informação histórica estamos tratando com a ideia de estruturar um cenário para discussão em sala de aula.

QUADRO 1 – Caracterização da atividade elaborada

Série/Ano escolar	3º ano	
Conteúdo Geral	Geometria	
Conteúdos específicos	Medidas da circunferência/círculo, número, comprimento da circunferência e área do círculo.	
Habilidades (BNCC)	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BNCC, 2017 p. 09) (EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais. (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais [...]	
Objetivos	Professor	Reproduzir o método histórico de Arquimedes e compreender a Matemática utilizada para determinação de medidas do círculo.
	Aluno	Ser capaz de determinar medidas do círculo, identificando elementos constituintes da formação das figuras circulares e fomentar empregos das medidas do círculo em atividade cotidianas e científicas
Materiais concretos utilizados	Papel cartão de cores variadas, EVA, régua, transferidor, cola, compasso, barbante, tesoura, fita crepe e canetas de diferentes cores.	
Contexto histórico	Realização de Arquimedes (287 a. C. – 212 a. C.)	
Informação histórica	Determinação da constante π e da área do círculo pelo método da Exaustão de Arquimedes	
Fontes de referências	GARBI, Gilberto. A rainha das ciências : um passeio histórico pelo maravilhoso mundo a matemática. 5. ed. Ver. E ampl.- São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010. ROQUE, Tatiana. História da Matemática : uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. rio de janeiro: zahar, 2012. LAUNAY, Mickael. A Fascinante História da Matemática : Da pré-história aos dias de hoje. Trad. Clóvis Marques; Rev. Anna Maria Sotero. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021. ROONEY, Anne A História da Matemática : Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito São Paulo: m.Books Brasil , 2012.	
Duração da atividade	Três aulas de 50 minutos	
Conhecimentos prévios envolvidos	Figuras planas regulares, polígonos inscritos e circunscritos, área do triângulo e área do retângulo, circunferências concêntricas e conhecimento sobre o uso dos instrumentos de desenho geométrico.	

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

A atividade desenvolvida seguiu as ideias da investigação histórica no ensino de Matemática com o intuito de valorizar o processo de construção de conhecimento dos alunos envolvidos. Participaram da atividade, 26 alunos divididos em cinco grupos. Estruturamos a

atividade em quatro passos e um questionamento geral, cada um dos passos aumentava-se o nível de dificuldade para reconstrução do método estudado, necessitando articulação, tomada de decisão e estabelecimento de estratégias conjuntas.

Antes da atividade, procedemos a uma apresentação teórica sobre vida e obra de Arquimedes na forma de indagações gerais para promover um contexto histórico que empreendendo no corpo da Atividade. Optamos por não apresentar texto histórico na própria atividade para otimizar o espaço escrito.

Quadro 2: Atividade elaborada sobre o método histórico de Arquimedes

Passo 1: Construa duas circunferências com auxílio de um compasso ou transferidor no raio desejado, em uma circunferência inscreva e na outra circunscreva um polígono regular de 4 lados. Identifique os vértices e com auxílio de uma tesoura recorte a figura obtida, com as partes, tentem montar quadrilátero.

Passo 2: Construa duas circunferências com auxílio de um compasso ou transferidor no raio desejado, em uma circunferência inscreva e na outra circunscreva um polígono regular de 6 lados. Identifique os vértices e com auxílio de uma tesoura recorte a figura obtida, com as partes, tentem montar quadrilátero.

Passo 3: Construa duas circunferências com auxílio de um compasso e um transferidor no raio desejado, em uma circunferência inscreva e na outra circunscreva um polígono regular de 12 lados. Identifique os vértices e com auxílio de uma tesoura recorte a figura obtida, com as partes, tentem montar quadrilátero.

Passo 4: Construa duas circunferências com auxílio de um compasso e um transferidor no raio desejado, em uma circunferência inscreva e na outra circunscreva um polígono regular de 24 lados. Identifique os vértices e com auxílio de uma tesoura recorte a figura obtida, com as partes, tentem montar quadrilátero.

Questionamento geral: Se a cada passo, você dividir o círculo dobrando o número de setores, ao tornar a quantidade de passos muito grande a quantidade de setores tenderá para o infinito, assim, obterá triângulos isósceles de base infinitesimal e altura igual ao raio do disco.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Para todos os grupos, foram fornecidos os mesmos materiais: papel cartão de cores variadas, EVA, régua, transferidor, cola, compasso, barbante, tesoura, fita crepe e canetas de diferentes cores. Ressaltamos que os pesquisadores estavam presentes e a todos os instantes surgiam dúvidas e indagações sobre a atividade proposta como desafio investigativo. Percebemos o entusiasmo dos alunos quando percebiam a ideia da continuidade exaustiva e minuciosa na divisão do círculo criado por eles mesmos em números ainda maiores, gerando partes ainda menores.

A junção lado a lado das figuras subdivididas geravam perguntas e comentários gerais dos alunos sobre a figura que tendia o novo posicionamento dos setores circulares recortados. Os alunos foram convidados a realizar uma colagem para divulgação aos demais grupos e exposição das imagens como forma de ratificar o feito de reprodução do método de Arquimedes e também permitir novas colocações dos demais alunos.

Ressaltamos que o momento de realização da atividade não oferecemos fórmulas prontas, nem informações muito detalhadas sobre medidas do círculo, mas questionávamos os

alunos acerca de suas construções, enfatizando o que aquilo significava para eles e quais os elementos percebidos após o recorte e colagem das figuras.



Figura 5 - Construção e manipulação dos materiais concretos, acervo dos autores (2022)

Os alunos sozinhos conseguiam perceber a presença de elementos estruturais do círculo em outras formações de figuras planas, por exemplo, o raio, a partir de divisões em setores circulares e da junção lado a lado desses setores, passava a ser a altura de uma figura “retangular”, o comprimento da circunferência o valor de sua base, de onde se desprendiam novas conjecturas e informações acerca da nova formação que a partir da manipulação dos materiais concretos e tendo o método histórico com o base esses conhecimentos visuais recebiam explicações matemáticas, como ocorrera com o método da exaustão que se sistematizou no decorrer do tempo amadurecendo a ideia de sua utilidade em diversas explicações em que se faziam presentes uso de figuras circulares.

Após o desenvolvimento da atividade aplicamos um questionário para os alunos com as seguintes indagações na qual apresentamos as respectivas respostas. Pontuamos que apresentamos três respostas de alunos sujeitos da pesquisa.

Quadro 3: Respostas de alunos quanto ao questionário

<p>1) O que você achou sobre a atividade desenvolvida através do método histórico de determinação de medidas do círculo de Arquimedes?</p> <p><i>Foi uma atividade boa que de certa forma nos tira do tradicional, método aplicado pelos outros professores é mais teoria, e nessa atividade tivemos contato direto com as figuras que nos divertiu aprendemos de outra forma;</i></p> <p><i>Achei que me fez entender melhor sobre a história da matemática, além de ajudar compreender bem o assunto abordado, pelo fato de ter sido apresentado a demonstração das fórmulas por meio da prática facilitou bem;</i></p> <p><i>Foi uma atividade muito intuitiva através de um método de pensamento de grandes matemáticos e o modo como podemos concluir como se chegou a constante π e as fórmulas da área do círculo e comprimento da circunferência.</i></p>
<p>02) Você considera que atividades como estas podem contribuir para seu aprendizado em Matemática?</p> <p><i>Sim, atividade que envolve a prática, cortando, colando e compartilhando experiências com os colegas torna-se mais interessante de estudar sobre qualquer assunto, pois é algo que ficará marcado por muito tempo em nossas memórias;</i></p>

Sim, ajuda principalmente as pessoas que possuem muita dificuldade. Na prática é bem melhor entender e de explorar o conhecimento e capacidade mentais de raciocínio.

Sim, é importante entender como chegamos à conclusão de uma fórmula fundamental ao invés de utilizar de forma leiga.

03) Quais conteúdos matemáticos ou personalidades matemáticas você teria curiosidade de reconhecer fatos históricos?

Sobre as relações métricas nos triângulos retângulos, razões trigonométricas e matemáticos como: Pitágoras, Eudóxo e Aristóteles, parece ser matemáticos com histórias significativas para a matemática;

Pitágoras, Euclides e Isaac Newton

Euclides, o método da exaustão. Também gostaria de saber mais sobre antigos matemáticos como: Pitágoras, um pouco mais sobre Arquimedes e tales de mileto.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Ficou claro nos manifestos dos alunos, sujeitos da pesquisa, que a conjuntura da proposta apresentou-se com planejamento adequado, conduzindo-os desde a introdução dos passos de Arquimedes, vivenciando a reconstituição e chegando na formalização das medidas no que se refere a circunferência e círculo, cabendo destaque, a participação de todos os alunos sem que houvesse a necessidade da interferência do professor, percebemos que as aulas práticas realizadas atraíram a atenção, estimulou o aprendizado e mergulhou o alunado em um mundo de descobertas no campo da Matemática através das manipulações e investigações compartilhadas, degustando o prazer ao estudar os conteúdos programados.

As escritas dos alunos nos fazem entender que aulas organizadas de maneira sistemática, que fogem do tradicional, partindo do conhecimento prévio e desenvolvidas considerando o contexto histórico dos conteúdos combinado ao uso de materiais concretos torna o processo de ensino e aprendizagem Matemática atrativo, favorável à criatividade de seus pensamentos de forma construtiva e voluntária.

Considerações finais

Consideramos que esse trabalho informa que ainda são poucos os estudos publicados sobre História da Matemática e sobre uso de métodos históricos e uso de materiais concretos associados ao ensino de Matemática, produção de atividades e propostas didáticas, ainda são necessários o desenvolvimento de novas produções, uma vez que encontramos e elencamos as contribuições didática de ensino que foge do método tradicional.

Ressaltamos que o uso de materiais concretos associados à História da Matemática no desenvolvimento de atividades didáticas que possibilitem a descoberta, o desafio, o desenvolvimento da criatividade em meio a processos investigativos e manipulativos podem proporcionar fortes engajamentos e envolvimento dos alunos em sala de aula.



Consideramos ainda que atingimos nosso objetivo de estabelecer uma discussão acerca do desenvolvimento de uma atividade didática em uma turma do 3º ano do Ensino Médio sobre o método de Arquimedes (287 a. C. – 212 a. C) para determinação de medidas do círculo aliado ao uso de materiais. Promovemos nessa discussão uma caracterização sobre um modo de construir uma atividade com uso da investigação histórica no ensino de Matemática que problematize uma situação histórica e desafie os alunos em uma reprodução ou reconstrução, neste caso de um método, de modo que procedimentos sejam percebidos e que conteúdos matemáticos possam emergir na resolução de atividade desse tipo, e com isso surjam novas contribuições que possam ser refletindo-as em outras práticas de sala de aula por outros professores de Matemática e pesquisadores.

Referências

ALMEIDA, Bruno Oliveira de. **O Princípio de Arquimedes Cálculo do Volume de Sólidos Quaisquer**: Cálculo do Volume de Sólidos Quaisquer. 2020. 40f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Rio Grande, 2020.

BERTATO, Fábio Maia; GRUDTNER, Guilherme Luiz: A Medida do Círculo: Uma tradução do texto KYKΛΟΥ METPHΣΙΣ de Arquimedes 2020. **Revista brasileira de história da matemática**, v. 21, n. 42, p. 1–13, Campinas, 2021. Link: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBH>. Acesso em: 22 de mar. 2022.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Educação Matemática: um ensaio sobre concepções que sustentem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: FLORES, Cláudia Regina; CASSIANI, Suzani. (Orgs.). **Tendências contemporâneas nas pesquisas em Educação Matemática e Científica**: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 17-40.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. Maria João Alvarez. Porto: Porto, 1994.

BORGES, Kleber Alves. **Arquimedes e Polya em sala de aula**. 2020. 89f. Dissertação - (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT, Cuiabá, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Brasil**, 2018.

Disponível

em:http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versoafinal_site.pdf. Acesso em: 22 mar. 2022.

BRITO, Arlete de Jesus; MIGUEL, Antonio; CARVALHO Dione Lucchesi de; MENDES, Iran Abreu. (Orgs.). **História da matemática em atividades didáticas**. Natal: Editora da UFRN, 2005.



D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2008.

GARBI, Gilberto. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo a matemática**. 5. ed. rev.. ampl. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LAUNAY, Mickael. **A Fascinante História da Matemática: da pré-história aos dias de hoje**. Trad. Clóvis Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.

LIMA, Jeroncio Fernandes de Oliveira. **A história da Matemática como Alternativa Didática: uma coletânea de atividades**. 2016. 79f Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semi-árido – UFERSA. Mossoró-RN, 2016.

LORENZATO, Sérgio – **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).

LUZETTI, Fabiano Donizeti da Silva. **Figuras Circulares: uma atividade envolvendo perímetro e Área do Círculo**. 2013. 80f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. São Carlos. 2013.

MENDES Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores).

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Sociedade Brasileira de História da Matemática: Belém, 2016.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática: propostas e desafios**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, Francisco Wagner; NOGUEIRA, Raniele Sampaio. A presença da história da matemática nos livros didáticos do novo ensino médio. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 9, n. 26, p. 76-88, 2022. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/8026/6812>. Acessado em 28 nov. 2022.

ROONEY, Anne. **A História da Matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: m.Books Brasil, 2012.



ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SANTOS, Júnio Cândido dos. BARROS, Rafael José Alves do Rego. **Nos passos de Arquimedes**: o uso da história no ensino da Matemática para discutir geometria plana. 2020. 92f. Produto educacional (Mestrado em Educação Profissional e Tecnológica) - Instituto Federal da Paraíba, João Pessoa, 2020.

SILVA, Ana Paula Bispo da; PINTO, José Antonio Ferreira; VICENTE, Samira Arruda. GONÇALVES, Gerson. O caso das três pilhas: reconstruindo aparatos históricos para ensinar e aprender Física. **Revista Ciências & Ideias**. v. 12, n.2, mai.-jul., p. 192-204, 2021. Disponível em <https://revistascientificas.ifrj.edu.br/index.php/reci/article/view/1440>. Acesso em 18 dez. 2022.

SILVA, Daniel de Jesus. **A utilização da história da matemática em atividades investigativas**: estudo de áreas de regiões planas regulares e irregulares (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB. Vitória da Conquista, 2016.

ZABALA, Antonio. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Artigo Submetido em: 23/12/2022

Artigo Aceito em: 23/02/2023

Artigo Publicado em: 23/02/2023